

# Caratterizzazione termomeccanica e simulazione FEM del comportamento pseudoelastico di una Lega NiTi

L. M. Galantucci, G. Percoco

*Lo scopo di questo lavoro è l'applicazione del metodo degli elementi finiti (FEM) alla progettazione di particolari da realizzare in lega metallica a memoria di forma (in particolare NiTi). Sono stati utilizzati modelli teorici e sperimentali presenti in letteratura, ed è stato quindi modificato, nel suo codice sorgente, un programma di calcolo agli elementi finiti commerciale, in modo da renderlo capace di simulare il comportamento termomeccanico di questi particolari materiali, creando un nuovo elemento di tipo trave soggetto a carico assiale. Sono state condotte misure sperimentali mediante prove di trazione isoterme a varie temperature per ricavare i valori delle grandezze necessarie all'analisi numerica e per la validazione del modello. Le simulazioni FEM eseguite utilizzando l'elemento messo a punto hanno fornito risultati in buon accordo con i dati sperimentali.*

**Parole chiave:** leghe a memoria di forma, caratterizzazione, metodo degli elementi finiti

## INTRODUZIONE

Tra i materiali che negli ultimi anni sono stati oggetto di un interesse crescente per la loro possibilità di aprire nuove strade alla tecnologia moderna, svolgono un ruolo di primo piano gli smart materials [1].

In questo contesto spiccano le leghe metalliche a memoria di forma (SMA da Shape Memory Alloys) che si prestano alla fabbricazione di strutture con controllo intrinseco di parametri riguardanti la forma e la risposta alle vibrazioni, come ad esempio rigidità, frequenza naturale e capacità di smorzamento. Inoltre i materiali a memoria di forma possono trovare utilizzo come sensori e attuatori.

Questi particolari metalli hanno la capacità di arrivare a deformazioni dell'ordine del 10% senza presentare fenomeni di plasticizzazione (pseudo o super elasticità) e di "ricordare" una specifica forma (effetto di memoria di forma), da essi memorizzata tramite una serie di trattamenti termomeccanici ([2] e [3]) che prendono il nome di training.

L'effetto di memoria di forma (in inglese shape memory effect SME) si può manifestare in due maniere: memoria di forma ad una via e a due vie; esse, insieme alla succitata pseudoelasticità, sono da attribuire alla presenza di una fase martensitica termoelastica che può essere indotta dalla temperatura (twinned martensite) o dallo stress (detwinned martensite) ([4], [5]).

La trasformazione martensitica presente nelle leghe a memoria di forma è termoelastica. Essa non avviene ad una determinata temperatura, ma in un intervallo di temperature (Temperature Transformation Range -TTR) funzione dei componenti della lega e dei trattamenti termomeccanici subiti. Le temperature caratteristiche sono le seguenti:  $M_s$  inizio della trasformazione martensitica,  $M_f$  fine della trasformazione martensitica,  $A_s$  inizio della trasformazione austenitica,  $A_f$  fine della trasformazione austenitica.

L'effetto di memoria di forma ad una via consiste nella capacità di recupero di una deformazione dell'ordine del 10% mediante semplice riscaldamento; quello a due vie è carat-

rizzato dalla presenza di due forme del materiale, ciascuna stabile in un certo intervallo di temperature, a condizione che esso sia stato preventivamente sottoposto ad uno specifico trattamento termomeccanico (training).

Appaiono evidenti quindi le grandi potenzialità di questi materiali, sia come componenti di smart structures, sia utilizzati da soli.

I campi di applicazione sono molteplici, tra questi sono da citare: ingegneria elettrica, macchinari, trasporti, aeronautica, medicina, ingegneria civile.

Una notevole limitazione allo sviluppo di manufatti realizzati con questi materiali è dovuto alla difficoltà di progetto in mancanza di una formulazione matematica capace di descrivere il complesso comportamento termomeccanico che è alla base delle loro notevoli proprietà.

## IL MODELLO TEORICO UTILIZZATO

In letteratura sono stati proposti diversi modelli matematici (cfr. [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12]) e alcuni di essi hanno anche trovato delle applicazioni numeriche (cfr. [8], [9], [13]). Una caratteristica comune dei modelli presentati in [7], [10], e [11] è quella di dividere lo studio in due blocchi principali: la ricerca di una relazione costitutiva vera e propria, ove compare in forma implicita la frazione di martensite presente nel provino, e l'individuazione di una relazione, detta legge cinetica (kinetic law), che descrive l'andamento della quantità di martensite in funzione della temperatura e la sollecitazione, variabili a loro volta e presenti nella legge costitutiva.

Nel presente lavoro è stato utilizzato il modello di Tanaka, Kobayashi e Sato [7], nella formulazione di trazione (in letteratura esistono anche modelli 1-D per torsione: [8] e [14]). Questa relazione costitutiva, in forma monodimensionale di trazione [13], mette in relazione la sollecitazione ( $\sigma$ ) con la deformazione ( $\epsilon$ ), la temperatura ( $T$ ), e con la frazione di martensite ( $\xi$ ) presente nel provino. Essa può essere scritta [13] nel modo seguente:

$$\sigma - \sigma_0 = E(\xi)\epsilon - E(\xi_0)\epsilon_0 + \Omega(\xi)\xi_S - \Omega(\xi_0)\xi_{S0} = \Theta(T - T_0) \quad (1)$$

Dove  $E(\xi)$  è il modulo elastico del materiale,  $\Theta$  coefficiente

L. M. Galantucci, G. Percoco  
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Gestionale - Politecnico di Bari

Memoria pervenuta il 28 luglio 2000

di espansione termica,  $\Omega(\xi)$  il tensore di trasformazione,  $\xi (\in [0,1])$  è la frazione di martensite, intesa come rapporto tra peso della martensite e peso del provino, mentre  $\xi_S$  è la frazione di martensite indotta da stress (detwinned), intesa come rapporto tra peso della martensite indotta da stress e peso del provino. Indicando con  $\xi_T$  il rapporto tra peso della martensite indotta dalla temperatura (twinned) e peso del provino, abbiamo  $\xi = \xi_S + \xi_T$ , dove se  $T > A_F$  possiamo scrivere  $\xi_T = 0$ . Il pedice "0" indica il valore assunto dalle variabili in gioco all'istante iniziale della sollecitazione.

I modelli basati sulla formulazione di Tanaka hanno il vantaggio di utilizzare dei parametri ingegneristici che si possono facilmente ricavare sperimentalmente. Inoltre questo modello è stato semplificato in maniera da essere facilmente utilizzabile nella pratica [11], esprimendo il tensore di trasformazione nel seguente modo:

$$\Omega(\xi) = -\varepsilon_L E(\xi) \quad (2)$$

dove  $\varepsilon_L$  è il limite di deformazione recuperabile [11] o massima deformazione residua [13] per il materiale dato. Questo parametro si può ottenere mettendo in trazione un provino a temperatura minore di  $A_S$  fino a completa trasformazione in martensite indotta da stress, quindi rilasciando il carico e misurando la deformazione rimanente [13].

Si possono omettere [13] nella (1) i termini relativi alle condizioni iniziali, mentre il termine relativo alle dilatazioni termiche (tensore  $\Theta$ ) è nullo in condizioni di isotermità. Tenendo presente queste approssimazioni, possiamo scrivere:

$$\sigma = E(\xi)(\varepsilon - \varepsilon_L \xi_S) \quad (3)$$

Per il modulo di Young  $E$ , Sato e Tanaka propongono una media pesata dei moduli elastici delle fasi austenitica e martensitica (indicati rispettivamente con  $E_a$  ed  $E_m$ ):

$$E(\xi) = \xi E_m + (1 - \xi) E_a \quad (4)$$

Per avere tutti gli elementi necessari per una simulazione numerica bisogna conoscere la frazione di martensite  $\xi$ ; essa può essere ottenuta con delle leggi cinetiche che esprimano  $\xi$  in funzione della sollecitazione  $\sigma$  e della temperatura  $T$ . Per quanto riguarda le equazioni cinetiche, è stato utilizzato il metodo proposto in [15], basato su relazioni sperimentali derivate dall'esperienza. Queste equazioni contengono delle grandezze ricavabili con prove di trazione.

In particolare è stata utilizzata nella determinazione della frazione di martensite per la fase di carico la equazione:

$$\xi = 1 - \exp[b_M c_M (M_S - T) + b_M \sigma] \quad (5)$$

mentre per la fase di scarico:

$$\xi = 1 - \exp[b_A c_A (A_S - T) + b_A \sigma] \quad (6)$$

In queste equazioni  $b_M$  e  $b_A$  si calcolano imponendo le situazioni estreme di  $\xi = 0.01$  e  $\xi = 0.99$ , mentre le costanti  $c_M$  e  $c_A$  sono da ricavare sperimentalmente e rappresentano la pendenza delle rette a cui si possono approssimare le curve nel piano tensione di trasformazione ( $\sigma_{cr}$ -temperatura ( $T$ )) (fig. 1).

### PROVE SPERIMENTALI DI TRAZIONE

Il modello numerico è stato verificato su di una lega Ni-Ti SMA per applicazioni ortodontiche; sono state eseguite a tal fine prove di trazione a varie temperature in maniera tale da ricavare i parametri necessari alla simulazione.

Tali prove sono state effettuate [18] mediante una macchina per prove universale Instron modello 1115 (classe 0,5 secondo norma UNI EN 10002/2), con una cella di carico da massimo 1000 N tipo 2511-106 modello n° A30/42.

I provini sono stati ricavati da archi ortodontici in nitinol della ditta GAC (modello Light 016), tagliati a metà e fissati tra le teste della macchina, in maniera da avere una parte li-

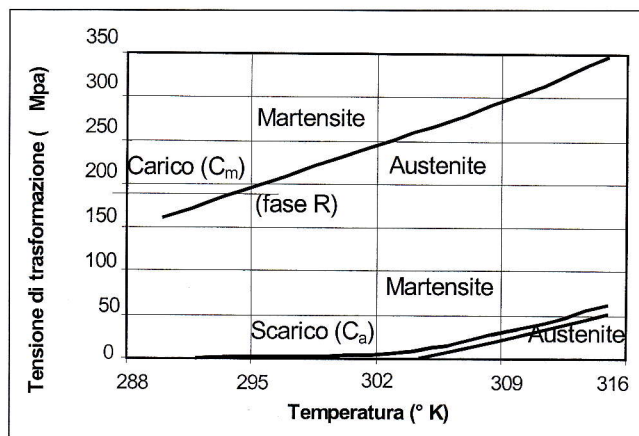


Fig. 1 - Rappresentazione grafica dell'andamento delle tensioni di trasformazione in fase di carico e scarico.

Fig. 1 - Transformation stress versus temperature in loading and unloading cycles.

bera tra le due morse all'incirca rettilinea, di lunghezza 20 millimetri, e parallela all'asse di trazione. Le deformazioni nominali sono state misurate come rapporto tra spostamenti relativi degli organi di presa e lunghezza iniziale del provino, avendo una amplificazione degli spostamenti sul registratore di 48 x. La sezione di tali provini era circolare, avente il diametro di 0.4064 mm. La casa costruttrice dichiara per questo materiale delle temperature di transizione:  $A_S = 292^\circ K$ ,  $A_F = 304,5^\circ K$ ,  $M_S = 294^\circ K$ ,  $M_F = 287^\circ K$ .

I tests sono stati effettuati a quattro temperature differenti, precisamente di  $290^\circ K$ ,  $303^\circ K$ ,  $310^\circ K$  e  $315^\circ K$  ( $17^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $37^\circ$ , e  $42^\circ C$ ).

La temperatura di  $290^\circ K$ , essendo inferiore a  $A_S$ , è stata scelta per ricavare la massima deformazione residua  $\varepsilon_L$ , mettendo in trazione il provino fino a completa trasformazione in martensite di tipo detwinned (indotta da stress) e poi si rilascia il carico fino a tornare alle condizioni di sollecitazione nulla.

La prova a  $303^\circ K$  è stata eseguita per conoscere il comportamento meccanico a temperatura compresa tra  $A_S$  e  $A_F$ .

La temperatura di  $310^\circ K$  è stata scelta per avere un riscontro con prove precedentemente realizzate sugli stessi archi, eseguite in aria, utilizzando per il riscaldamento una lampada ad incandescenza [16], [17].

Si è proceduto inoltre ad effettuare una prova a  $315^\circ K$  per studiare l'evoluzione della trasformazione martensitica, in particolare per quanto concerne l'individuazione della tensione di trasformazione di fase.

I tests sono stati realizzati con i provini e le morse di afferraggio immerse in liquido termostato, riscaldato da apposita resistenza elettrica a tenuta idraulica, operando con velocità di deformazione molto basse. La trasformazione austenite - martensite del tipo detwinned avviene con sviluppo di calore, come evidenziato da [19] e [20]. Esso tende a innalzare la temperatura del provino, andando contro l'ipotesi di isotermità fatta al principio del presente lavoro. Per garantire tale condizione, deve essere garantito lo smaltimento del calore prodotto durante la trasformazione. Questo obiettivo è stato raggiunto eseguendo la prova in liquido e utilizzando una bassa velocità di deformazione.

Per migliorare la capacità di asportazione del calore è stato utilizzato un recipiente, imbullonato sulla traversa della macchina di trazione e mantenuto stagno tramite apposite guarnizioni, della capacità di circa 20 litri.

Per quanto riguarda il liquido è stata utilizzata una miscela al 50% in volume di acqua e liquido anticorrosione, il liquido è stato tenuto in costante movimento da un agitatore meccanico.

Tutte le prove sono state eseguite con una velocità della traversa mobile pari a  $8.33 \times 10^{-6}$  m/sec.

**RISULTATI DELLE PROVE SPERIMENTALI**

**Prova di trazione a 290° K (17° C)**

La prova è stata condotta sino ad un allungamento max del 5.68 %. Le forze rilevate dalla cella di carico sono state divise per l'area iniziale della sezione del provino, in modo da avere le sollecitazioni nominali, che sono state diagrammate insieme a quelle relative alle altre temperature in fig. 2.

Come si può vedere dalla figura 2, all'1% di deformazione circa e con una tensione di 150 MPa c'è una trasformazione di fase. Si può notare come la deformazione residua sia quasi del 5% al rilascio del carico. Essa non viene recuperata poiché a 290° la martensite è termicamente stabile.

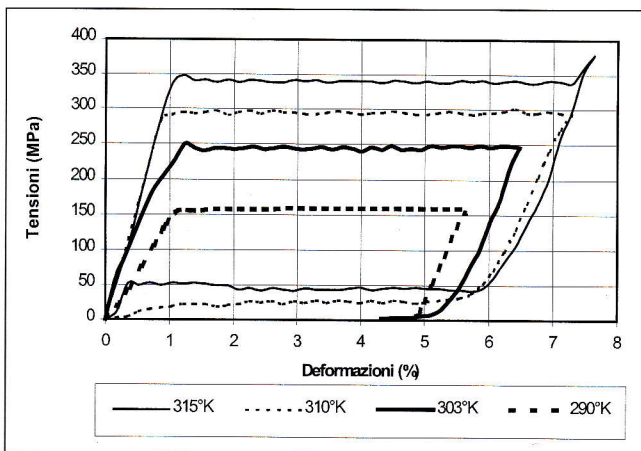


Fig. 2 - Confronto fra prove di trazione eseguite a diverse temperature.

Fig. 2 - Comparison of tensile tests conducted at different temperatures.

**Prova di trazione a 303° K (30° C)**

La prova è stata condotta sino ad un allungamento max del 6.48 %. La trasformazione di fase avviene ora ad una sollecitazione superiore rispetto al caso con  $T=290^\circ$  K. L'austenite presente rende meno stabile la martensite, che ha bisogno quindi di uno stress maggiore per formarsi e contemporaneamente irrigidisce il provino poiché ne aumenta il modulo di Young.

**Prova di trazione a 310° K (37° C)**

La prova è stata condotta sino ad un allungamento max del 6.48 %. Il diagramma tensioni nominali - deformazioni in questo caso si richiude su se stesso, grazie al fatto che inizialmente il provino è interamente austenitico. La tendenza all'irrigidimento, già vista nella prova a 303° K, viene confermata.

E' interessante in questo caso operare un confronto con prove di trazione in aria eseguite in precedenza ([17]) alla stessa temperatura di 310° K ma in aria (fig. 3).

Nel grafico di fig. 3 sono segnati a tratto fine i risultati della prova in aria ed a tratto grosso quelli della prova in liquido. Da tale confronto si nota, per le prove in liquido, un andamento della tensione pressoché costante in un ampio range di deformazioni, mentre per quanto riguarda la prova in aria c'è una tendenza ad una lieve crescita, nel medesimo campo di sollecitazioni. Tale andamento è in linea con i risultati documentati in letteratura [19]. Questo è dovuto al fatto che il calore sviluppato dalla trasformazione di fase viene subito asportato dal liquido, mentre nel caso di trazione in aria esso viene smaltito con maggiore difficoltà, data la bassa capa-

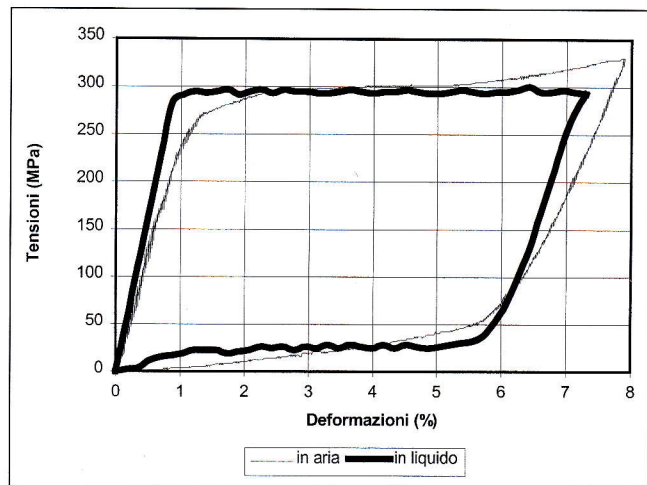


Fig. 3 - Confronto fra prove eseguite in aria ed in liquido a 310° K (37° C).

Fig. 3 - Comparison of tensile tests in air and fluid at 310° K (37° C).

cià di asportazione del calore dell'aria. Il filo tende quindi a riscaldarsi localmente e la austenite diviene più stabile, innalzando lo stress necessario per la trasformazione di fase. Un altro fattore che contribuisce al manifestarsi di questo fenomeno è la maggiore velocità di deformazione adottata nel caso delle prove in aria, dovuta ad una velocità della traversa doppia ed all'utilizzo di un provino più corto. Una velocità di deformazione maggiore implica una minore possibilità di scambio termico con il mezzo termostante a parità di allungamento, contribuendo ulteriormente al fenomeno di cui sopra.

**Prova di trazione a 315° K (42° C)**

La prova è stata condotta sino ad un allungamento max del 7.64 %. In questo grafico si nota un maggiore irrigidimento dovuto alla più elevata percentuale di austenite ed un aumento della tensione di trasformazione di fase.

**Confronto fra le prove a varie temperature**

Possiamo osservare nella figura 2 un raffronto fra i risultati delle prove di trazione eseguiti alle varie temperature; da esso si possono trarre le seguenti considerazioni:

1. la sollecitazione alla quale avviene la trasformazione di fase cresce con l'aumentare della temperatura con andamento approssimabile ad una retta, in accordo con la relazione di Clausius-Clapeyron [6]. La deformazione a cui si innescia la trasformazione si mantiene invece attorno all'1%.
2. L'aumento del modulo elastico della parent phase (cioè della fase inizialmente presente nel provino) per le prime tre temperature è abbastanza pronunciato, mentre tra i 310° K e i 315° K esso si presenta pressoché costante.
3. E' possibile costruire il grafico di figura 1 che mette in luce i campi di esistenza delle diverse fasi sul piano  $T - \sigma_{cr}$ . Da questo grafico si può ricavare una pendenza della retta di trasformazione in fase di carico  $C_m = 7.3 \text{ Mpa}^\circ\text{K}$  e della fase di scarico  $C_a = 6.25 \text{ Mpa}^\circ\text{K}$  circa, valori in accordo con quanto riscontrabile in letteratura.

**CREAZIONE DELL'ELEMENTO SMA PER UN'ANALISI FEM**

Il software per il calcolo agli elementi finiti utilizzato dagli autori è ANSYS della SAS IP Inc. Per poter affrontare un'analisi con tale programma è stato necessario ricorrere alle funzioni di personalizzazione del programma, essendo inesistente un elemento che si comporti in maniera conforme al

nitinol.

La scelta per il caso in esame è ricaduta sulla creazione di un nuovo elemento per materiali a memoria di forma definito dall'utente, modificando una specifica routine, relativa ad un elemento di tipo trave.

**Variabili in ingresso**

La nuova routine implementata utilizza le caratteristiche del materiale a memoria di forma definite secondo l'approccio illustrato precedentemente, nell'ordine:

1.  $E_a$  modulo di Young della fase austenitica;
2.  $E_m$  modulo di Young della fase martensitica;
3.  $T$  temperatura;
4.  $M_s$  inizio trasformazione martensitica;
5.  $M_f$  fine trasformazione martensitica;
6.  $\sigma_s^{cr}$  sollecitazione alla quale inizia la trasformazione in martensite orientata;
7.  $\sigma_f^{cr}$  sollecitazione alla quale tutto il provino è formato da martensite orientata;
8.  $C_m$  pendenza della retta di trasformazione martensitica;
9.  $C_a$  pendenza della retta di trasformazione austenitica;
10.  $\epsilon_L$  massima deformazione residua.

**Descrizione della routine**

Il funzionamento della routine può essere schematizzato con il diagramma a blocchi rappresentato in figura 4.

La routine è relativa ad un elemento tipo trave 1D e contiene, al suo interno, un controllo della sollecitazione. Se la tensione  $\sigma$  non ha ancora raggiunto la sollecitazione critica (che denota l'inizio della trasformazione martensitica), l'elemento si comporta come se fosse elastico, seguendo il comportamento dettato dal modulo di Young dell'austenite. La verifica viene effettuata incrementando la deformazione e valutando la sollecitazione conseguente. Se essa ha raggiunto la  $\sigma^{cr}$  viene chiamata la subroutine SMA, implementata dagli autori, che tiene conto della trasformazione di fase. In seguito la routine procede con il calcolo della matrice di rigidezza, e prosegue con la iterazione successiva.

Il funzionamento della subroutine SMA è descritto nel diagramma a blocchi di figura 5. Essa viene chiamata quando la sollecitazione supera quella critica. Poiché le simulazioni sono state eseguite a temperatura  $T > A_f$ ,  $\xi_t = 0$  e quindi  $\xi_s = \xi$ , si ha un sistema di tre equazioni in tre incognite costituito dalle (3), (4) e (5) in fase di carico e dalle (3), (4) e (6) in fase di scarico.

Si calcola la deformazione  $\epsilon$  ed in base a questa viene calcolato un primo valore approssimato della sollecitazione  $\sigma$  che sarà posto nel primo substep del calcolo iterativo. Nella prima iterazione della subroutine, viene ipotizzata una  $\sigma$  pari a quella che si avrebbe se per quel valore della deformazione fosse presente nel provino solo la parent-phase. Nella iterazioni successive invece viene assunta la  $\sigma$  calcolata nel substep precedente. A questo punto si calcola la frazione di martensite  $\xi$  tramite la (5) o la (6) a seconda che ci troviamo in fase di carico o di scarico. Le costanti  $b_M$  e  $b_A$  sono state calcolate imponendo la tensione alla quale la trasformazione porta ad avere nel provino solo la martensite ( $\xi = 0.99$ ).

Tramite la (4) viene calcolato il modulo di Young della miscela e viene quindi calcolata la sollecitazione dalla (3) con il metodo di Newton-Raphson [21]. La convergenza viene raggiunta quando il residuo è inferiore a 0,01.

**DISCUSSIONE DEI RISULTATI**

E' stato analizzato un caso con un modello FEM costituito da elementi tipo trave sottoposti a carico di trazione a due diverse temperature costanti, onde simulare le prove eseguite.

Le temperature prescelte sono state di 310°K (37°C) e 315°K (42°C) in modo da poter sopporre nulla la quantità

Fig. 4 - Schema a blocchi della routine inserita in Ansys.

Fig. 4 - Flow-chart of Ansys implementation.

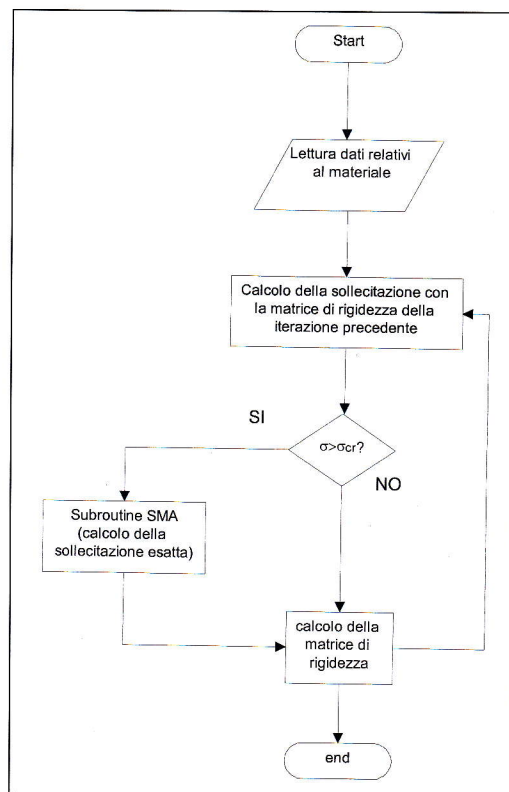
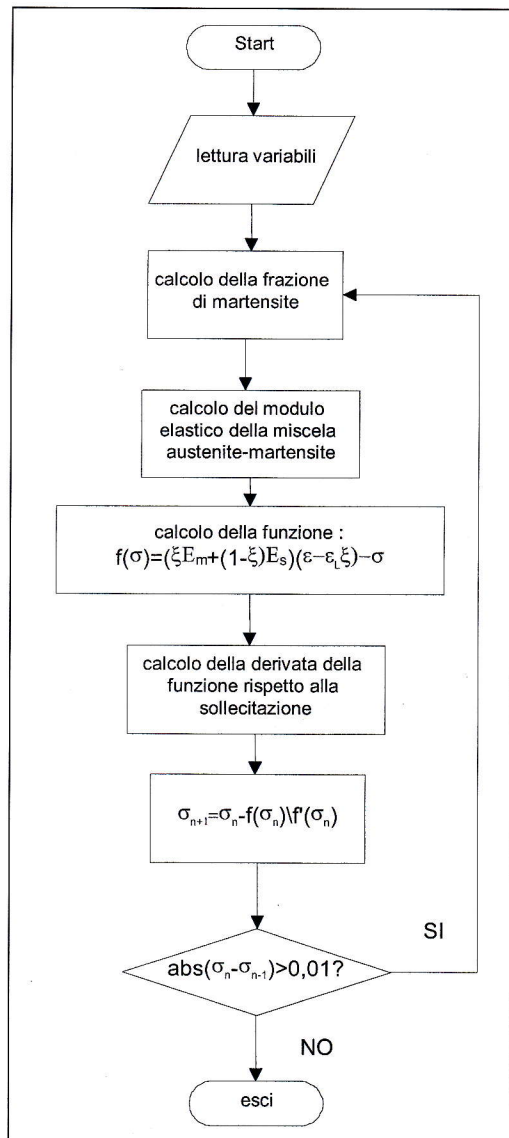


Fig. 5 - Schema a blocchi della routine SMA.

Fig. 5 - SMA routine flow-chart.



di martensite indotta da temperatura, e quindi permettere di porre nella (3):  $\xi_s = \xi$ .

Per poter verificare il buon funzionamento e la correttezza dei dati numerici rivenienti dalla analisi FEM-SMA si è ritenuto opportuno effettuare anche un confronto numerico con una routine scritta in ambiente MATLAB. Questa routine utilizza le stesse equazioni implementate nella personalizzazione fatta in Ansys, ed esegue una risoluzione numerica del problema per un singolo elemento.

I risultati di tale simulazione numerica coincidono perfettamente con quelli dati da Ansys e sono presentati nei grafici in figura 6 e 7, con la dizione "dati numerici" insieme a quelli dell'analisi FEM ed ai dati sperimentali.

**Caso con temperatura T=310° K**

Per la simulazione a questa temperatura sono state adottate le seguenti caratteristiche, evinte dalle precedenti prove sperimentali:

$E_a = 40000 \text{ MPa}$

$E_m = 16000 \text{ MPa}$

$\epsilon_L = 0,05$

I risultati sono evidenziati nella figura 7 dove la curva sperimentale è disegnata con linea continua a tratto grosso, quella relativa all'analisi FEM è quella tratteggiata e la linea continua a tratto sottile indica i risultati ottenuti con MATLAB. Come si può notare c'è un buon accordo tra dati numerici e dati sperimentali nelle due fasi.

Nella fase di carico, nella ultima parte della trasformazione austenitico-martensitica ( $\epsilon\% \cong 6,5$ ), si nota un progressivo aumento della tensione. Questo è dovuto al fatto che l'equazione cinetica è di tipo esponenziale, il che implica un forte aumento di  $\xi$  nella fase finale della zona di trasformazione.

Per quanto riguarda la fase di scarico, si nota un lieve disaccordo tra curva teorica e sperimentale durante il ritorno in fase martensitica. Si vede infatti che le due curve sono parallele, ma leggermente sfalsate, producendo un errore comunque minimo.

**Caso con temperatura T=315° K**

I risultati sono evidenziati nella figura 7 dove le curve relative rispettivamente a dati sperimentali, analisi FEM ed analisi MATLAB sono rappresentate come specificato in precedenza. Anche per questa temperatura vi è in generale un buon accordo tra dati sperimentali e numerici. Si vede come l'andamento sia pienamente rispettato, con la repentina salita nel tratto finale della fase di carico della curva, dovuta alla deformazione della martensite indotta da stress. Anche in questo caso la fase di scarico calcolata si presenta leggermente diversa, per lo stesso motivo esposto in precedenza. Il disaccordo tra gli andamenti in fase di scarico è probabilmente dovuto alla imprecisione dell' $\epsilon_L$  ricavato dalle prove di trazione. L'attrezzatura non permetteva di scendere al di sotto dei 290° K, mentre probabilmente con una diminuzione ulteriore della temperatura sarebbe stata trovata una  $\epsilon_L$  più elevata. Questo avrebbe provocato una traslazione verso destra delle curve di scarico relative alle simulazioni numeriche.

**CONCLUSIONI**

Il programma implementato ha consentito di ampliare la libreria di elementi del programma FEM Ansys, aggiungendo uno speciale elemento in grado di simulare il comportamento di materiale a memoria di forma del tipo NiTi. Essa è in grado di simulare con buoni risultati carichi assiali applicati ad elementi di tipo trave, prevedendone il comportamento a temperatura costante.

Evidentemente il caso di carichi assiali a temperatura costante copre una fascia molto ristretta di possibili condizioni di lavoro, ma i buoni risultati ottenuti fanno ritenere oppor-

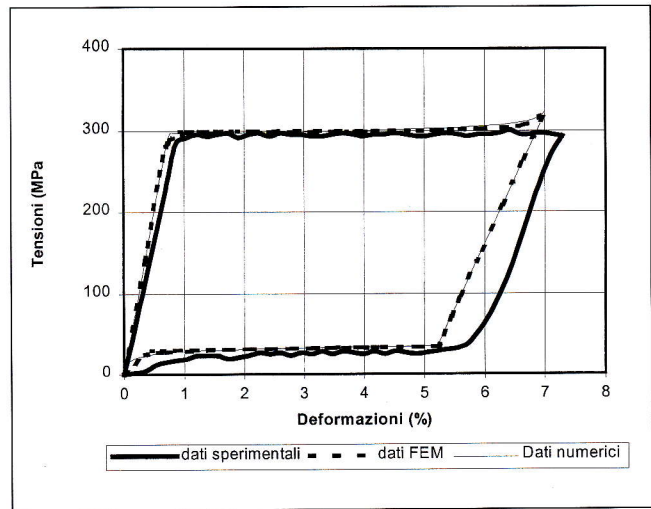


Fig. 6 - Confronto fra dati sperimentali, FEM e numerici. T=310°k (37°C).

Fig. 6 - Comparison of experimental, FEM and numerical data T=310°k (37°C).

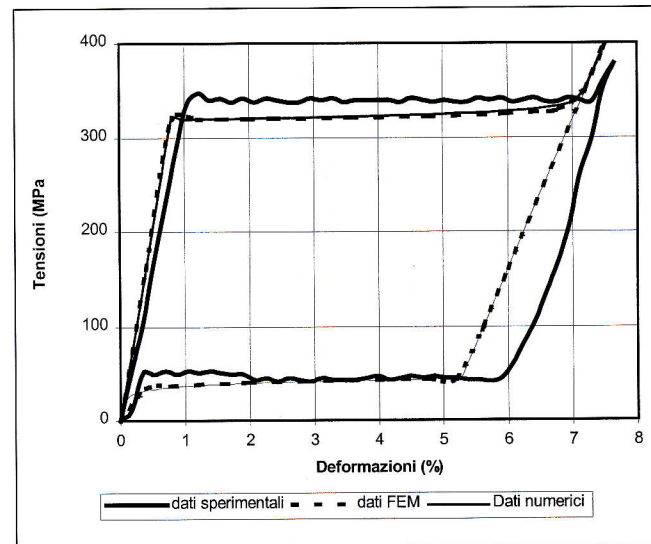


Fig. 7 - Confronto fra dati sperimentali, FEM e numerici. T=315°k (42°C).

Fig. 7 - Comparison of experimental, FEM and numerical data T=315°k (42°C).

tuni ulteriori sviluppi dello studio.

Un primo sviluppo può consistere nella verifica del comportamento degli elementi al variare della temperatura, inserendo nella simulazione il calore di trasformazione austenite-martensite e l'innalzamento di temperatura conseguente nel provino, considerando anche la velocità di trasformazione. Uno sviluppo successivo può essere quello di studiare il comportamento a flessione e a torsione mediante prove sperimentali, con l'obiettivo di inserire anche queste sollecitazioni nella simulazione.

Con queste migliorie il modello sarebbe in grado di effettuare previsioni di comportamento di leghe SMA in situazioni più facilmente riscontrabili nella realtà, rendendone possibile la progettazione con metodi non empirici.

**BIBLIOGRAFIA**

[1] O'Connor L.: "Memory Alloys Remember Two Shapes" Mechanical Engineering, pp.78-80 Dicembre 85

- [2] J.R. Willson, et al., U.S. Patent 3,625,969, 1972
- [3] A.D. Johnson, U.S. Patent 4,435,229, 1972
- [4] Delaey, L., Krishnan, R. V., Tas, H. and Warlimont, H. Review-"Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensitic transformations- Part 2: The macroscopic mechanical behaviour". *Journal of Material Science*, vol. 9, 1536-1544, 1974
- [5] Funakubo, H: "Shape Memory Alloys". Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1987
- [6] Fremond M. Miyazaki S: "Shape Memory Alloys", Springer, Wien New York, 1996
- [7] Tanaka K. Kobayashi S. e Sato Y: "Thermomechanics of Transformation Pseudoelasticity and Shape Memory Effect in Alloys". *International Journal of Plasticity*, vol. 2, pagg. 59-72, 1986
- [8] Qidwai M. A., Lagoudas D. C.: "Numerical Implementation of a Shape Memory Alloy Thermomechanical Constitutive Model Using Return Mapping Algorithms". Accepted for Publication on *Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2000
- [9] Auricchio F., Sacco E.: "A Temperature-Dependent beam for shape memory alloys: constitutive modeling, finite-element Implementation and Numerical Simulations" *Computer Methods Appl. Mech. Engrg.*, pp. 171-190, 1999
- [10] Ivshin Y. Pence T. J. : "A Thermomechanical Model for a One Variant Shape Memory Material" *Journal of Intelligent Materials and Structures* Vol. 5, pagg. 455-473, 1994.
- [11] Liang C. Rogers C. A.: "One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials"; *Journal of Intelligent Materials and Structures*, Vol 1, pagg. 207-234, 1990
- [12] Boyd J. G. Lagoudas D. C. "A Thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part 1: the monolithic shape memory alloy"; *International Journal of Plasticity* Vol 12, no 6, pagg. 805-842, 1996.
- [13] Brinson L. C. e Lammering R: "Finite Element Analysis of the Behavior of Shape Memory Alloys and their Applications". *International Journal of Solids and Structures*, vol 30, no 23, pagg. 3261-3280, 1993
- [14] Tobushi H. e Tanaka K., "Deformation of a Shape Memory Alloy Helical Spring"; *JSME International Journal (series A)*, vol. 34, no 1, 1991.
- [15] Tanaka K. Hayashi T. Itoh Y: "Analysis of Thermo-mechanical Behavior of Shape Memory Alloys". *Mechanics of materials*, vol. 13, pagg. 207-215, 1992.
- [16] Di Gioia E. Galantucci L.M. "Studio Sperimentale del Comportamento di Materiali Super-elastici ed a Memoria di Forma", XI Congresso Nazionale SIDO, Sorrento, 14-17 Novembre 1991, Pubblicata in forma di abstract pagg 689-691.
- [17] Di Gioia E. Galantucci L.M. "Memoria di Forma e Superelasticità: sperimentazione su leghe Nickel-Titanio", XIV Congresso Nazionale A.N.I.O. VII Convegno sui Materiali Dentali, Bari, 5-8 Dicembre 1991, Lavoro non pubblicato.
- [18] Percoco G. "Pseudoelasticità e Memoria di Forma: modelli teorici e sperimentali", Tesi di Laurea in Lav. Non Convenz. E Macchine Utens. Speciali, Dipartimento di Progettazione e Produzione Industriale, Facoltà di Ingegneria, Politecnico di Bari, anno 1996-97.
- [19] Shaw J. A. Kyriakides S: "Thermomechanical Aspects of NITI". *J Mech. Phys Solids*, no 8, pagg. 1243-1281, 1995.
- [20] Leo P. H., Shield T. W. and Bruno O. P., "Transient Heat Transfer Effects on the Pseudoelastic Behavior of Shape Memory Wires" *Acta Metall. Mater.* Vol. 41, n° 8, pp 2477-2485, 1993.
- [21] Carnahan B. Luther H.A. Wilkes "Applied numerical methods" ed John Wiley & Sons. 1969

A B S T R A C T

**THERMOMECHANICAL CHARACTERISATION AND FEM SIMULATION OF THE PSEUDOELASTIC BEHAVIOUR OF A NiTi ALLOY**

*Shape Memory Alloys (SMA) have the unusual property of being able to sustain and recover large strains (about 10%) without inducing irreversible plastic deformation and to "remember" a previous configuration and restore it with a temperature change. They show features that may not be found in materials traditionally used in engineering; as a consequence, they are a basis for innovative applications.*

*These unusual macrobehaviour is due to a microscopic solid-solid phase transformation from austenite to martensite and vice versa.*

*Due to the variety of potential uses for SMAs and the high interest in developing new applications, the ability to accurately model and analyse structures containing SMA components via a finite element procedure (FEM analysis) would be very attractive.*

*The present dissertation aims to give a contribution to apply the Finite Element Method to design SMA components using 1-D theoretical and experimental models found in literature, in particular the Tanaka model.*

*This model is composed by two equations: a constitutive law and a kinetic law. In the constitutive law the stress depends on deformation and fraction of martensite, in the kinetic law*

*the fraction of martensite depends on stress and temperature. Moreover stress is related to strain by means of the Young Modulus, which is calculated as a weighted mean of austenite and martensite moduli.*

*The model requires detailed material properties of the alloy. So, tensile tests were performed at constant temperatures (17°, 30°, 37° e 42° C), on nitinol (a Ni-Ti Shape Memory Alloy) orthodontic wires (Fig. 1,2,3).*

*Constant temperature was obtained by a thermostatic bath. Water was heated by an electrical resistor (30°, 37°, 42° C) and constantly moved by an electro-mechanical mixer.*

*The FEM software ANSYS was customized to simulate shape memory alloys features (fig. 4,5). The User Programmable Features (UPF) were used to calculate a pseudoelastic truss element. At each iteration the prediction of the stress from the previous step is used to calculate, in a separate iterative subroutine, the values and contribution of the fraction of martensite.*

*In order to verify numerical results, the same equations were solved numerically with a MATLAB routine, not using FEM analysis. The results of the numerical analysis and FEM were coincident.*

*FEM simulation were performed at the temperature of 37° C and 42° C (Fig. 6 and 7).*

*A good correlation between FEM and experimental results were found.*