

Vantaggi di un approccio basato sul formalismo di Navier-Stokes nello studio dei processi di deformazione plastica a caldo

C. Mapelli, C. Tagliabue, R. Venturini

In questo studio è stato sviluppato un modello matematico (implementato in linguaggio C) particolarmente versatile, basato sulle equazioni di Navier-Stokes, in grado di descrivere il comportamento di un metallo durante un processo di deformazione plastica in stato stazionario sulla base dei fenomeni di scambio termico, di equazioni costitutive del materiale ad alta temperatura e dell'evoluzione microstrutturale. I moduli costituenti tale sistema sono e devono essere strettamente intercorrelati, poiché l'evoluzione del campo di temperature è a sua volta fondamentale per descrivere le alterazioni microstrutturali che interessano il materiale che hanno luogo durante il processo deformativo.

Infatti, è noto che i fattori critici nel controllo delle proprietà degli acciai durante il processo di deformazione plastica a caldo sono: la distribuzione di temperatura, il campo di deformazione, il campo di velocità di deformazione, nonché la loro evoluzione. Mediante l'introduzione di leggi costitutive caratterizzanti il materiale alle alte temperature, è possibile conseguire una descrizione affidabile dell'evoluzione microstrutturale e quindi pervenire alla conoscenza delle grandezze necessarie per il dimensionamento e la definizione dei parametri tecnologici che caratterizzano alcuni tra i più importanti processi industriali di deformazione plastica a caldo quali, per esempio, l'estrusione a caldo di profili speciali e la laminazione a caldo di prodotti piani.

Parole chiave: acciaio, lav. plastiche a caldo, modellazione

INTRODUZIONE

Il metodo degli elementi finiti (FEM) è senz'altro la tecnica più diffusa per lo studio dei processi di deformazione plastica [1-4]. L'approccio seguito in questo studio per l'analisi dell'estrusione e della laminazione a caldo rappresenta un'alternativa [5,6] ed è applicabile per tutte le situazioni in cui la deformazione plastica è molto grande rispetto a quella elastica, cioè quando il comportamento del materiale può essere descritto come quello di un fluido caratterizzato da una viscosità molto elevata [7,8]. L'uso delle equazioni di Navier-Stokes può apparire poco usuale nello studio del comportamento meccanico di un materiale solido, ma permette di calcolare una realistica distribuzione del campo di velocità mediante l'utilizzo di un numero relativamente limitato di parametri sperimentali. D'altra parte, per cogliere la base fisica di tale approccio è bene rammentare che la deformazione plastica è correlata allo scorrimento dei sistemi cristallini attivi, cioè quelli in cui lo sforzo di taglio diventa maggiore di quello critico necessario a permettere lo scorrimento a determinate velocità legate alla velocità di deformazione macroscopica e alla deformazione (quest'ultima può essere ricavata dalle prime mediante un'integrazione matematica). Quando alcuni sistemi di scorrimento sono attivati dall'applicazione diretta di un campo di sforzo, le forze sono trasmesse ai sistemi adiacenti che possono assumere una particolare velocità di movimento. La trasmissione

del moto lungo i sistemi di scorrimento è regolata dalla viscosità del mezzo trasmettente (cioè la massa di materiale deformato plasticamente). Sulla base della sua definizione fisica, la viscosità mette in evidenza la relazione tra lo sforzo di taglio applicato e il gradiente di velocità trasmesso attraverso i piani paralleli alla direzione dello sforzo di taglio applicato. In questo modo, quando una velocità è impressa a una massa di metallo deformato plasticamente, essa può essere trasmessa ai sistemi adiacenti come una funzione della viscosità particolare del materiale lavorato. La viscosità vede nella temperatura il fattore di influenza da cui è maggiormente dipendente.

Quindi, il campo di velocità che caratterizza la deformazione plastica del metallo può essere calcolato a partire da una corretta imposizione delle condizioni cinematiche al contorno. Quando le velocità sono imposte sul contorno la viscosità del metallo regola la trasmissione di esse al volume interno. Si può notare l'analogia tra il ben conosciuto profilo di velocità di un liquido che scorre lungo una parete e la morfologia della linea del flusso plastico di deformazione osservabile negli strati immediatamente sotto la superficie del metallo che ha subito un processo di usura caratterizzato da deformazione plastica e si può interpretare la differenza nell'entità del movimento tra i due casi con il diverso ordine di grandezza della viscosità della fase liquida e di quella solida.

Le velocità da imporre sul contorno del dominio di calcolo derivano da dati sperimentali direttamente ricavabili dalla pratica industriale. Le equazioni di Navier-Stokes devono essere necessariamente accoppiate con una relazione costitutiva che descriva il comportamento meccanico del materiale, cioè che tenga conto della sensibilità delle caratteristiche meccaniche del materiale alla temperatura e alla velo-

Carlo Mapelli, Chiara Tagliabue, Roberto Venturini
Politecnico di Milano, Dipartimento di Meccanica, Via La Masa 34, 20156 Milano

Memoria presentata al 30° Convegno nazionale AIM, Vicenza 17-19 novembre 2004

LISTA DEI SIMBOLI

$\text{div}(\)$	operatore divergenza
$\mathbf{u}=\mathbf{u}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$	vettore velocità
ρ	densità
t	tempo
x,y,z	coordinate spaziali
$\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w}$	proiezione del vettore velocità lungo gli assi x,y,z
$\mathbf{f} = (0,0,\mathbf{g})$	vettore accelerazione di gravità
σ	tensore degli sforzi
$D/Dt(\)$	operatore derivata sostanziale rispetto al tempo
$\text{grad}(\cdot)$	operatore gradiente
$\nabla^2(\)$	operatore laplaciano
p	pressione
μ	viscosità
$H=\mathbf{h}+\Delta H$	entalpia totale
h	entalpia sensibile
ΔH	calore latente
k	conducibilità termica
c_p	calore specifico
T	temperatura
Φ	generica variabile dipendente (T,u,v,w)
Γ	$\Gamma = k/c_p$ per l'equazione di conservazione dell'energia $\Gamma = \mu$ per le equazioni di conservazione della quantità di moto
S	termine di sorgente
w_f	velocità nella direzione z all'uscita dalla matrice
w_0	velocità nella direzione z all'ingresso dalla matrice
A_f	area della sezione di uscita della matrice
A_0	area della sezione di ingresso della matrice
s_1, s_2	spessori di due sezioni successive del nastro
$\dot{\epsilon}_{ij}$	generica velocità di deformazione
v_i	generica componente di velocità
x_i	generica direzione dello spazio
$\dot{\epsilon}$	velocità di deformazione equivalente
ϵ	deformazione equivalente
ϵ_0	deformazione residua
A	parametro dipendente dalla deformazione
α	costante caratteristica dell'equazione costitutiva
σ^*	sforzo
n	costante caratteristica dell'equazione costitutiva
Q	energia di attivazione del processo
R	costante dei gas perfetti
q	calore generato dalla deformazione plastica
β	costante caratteristica della generazione del calore
σ_{ijk}	sforzo nella cella generica cella (i,j,k)
$\dot{\epsilon}_{ijk}$	velocità di deformazione nella generica cella (i,j,k)

cità di deformazione. In questo tipo di approccio la viscosità dipende dalla temperatura, che a sua volta è influenzata dall'entalpia sviluppata nell'unità di tempo a causa della deformazione plastica. La velocità di generazione dell'entalpia è funzione del prodotto dello sforzo di scorrimento istantaneo e della corrispondente velocità di deformazione. L'analisi fluido-meccanica accoppiata con un modello termico permette di ottenere numericamente i più importanti parametri macroscopici.

LE EQUAZIONI DI NAVIER-STOKES [9]

I tre principi di conservazione che deve rispettare un fluido in movimento sono:

- il principio di conservazione della massa;
 - il principio di conservazione della quantità di moto;
 - il principio di conservazione dell'energia.
- Inoltre è necessario porre alla base del modello alcune ipotesi:
- fluido in moto laminare;
 - regime stazionario (quindi la tecnica presentata sarà applicabile a processi di laminazione, estrusione ecc., mentre per lo stampaggio sarà necessario introdurre i termini tempo varianti ed una griglia di calcolo in grado di descrivere un volume la cui forma dipende dal tempo);
 - fluido a densità costante e a viscosità dipendente dalla temperatura.

Principio di conservazione della massa

Il principio di conservazione della massa assicura che:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{\mathbf{u}}) = 0 \tag{1}$$

Sviluppando il termine di divergenza esso prende la forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \tag{2}$$

Nell'ipotesi che il moto del fluido sia in regime stazionario, si ricava l'equazione di conservazione della massa:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \tag{3}$$

Principio di conservazione della quantità di moto

Il principio di conservazione della quantità di moto afferma che:

$$\rho \bar{\mathbf{f}} - \text{div} \sigma - \rho \frac{D\bar{\mathbf{u}}}{Dt} = 0 \tag{4}$$

Poste le ipotesi di:

- fluido omogeneo e isotropo;
 - legame lineare non omogeneo tra tensore degli sforzi e velocità di deformazione;
 - fluido in moto laminare;
 - fluido in moto isocoro;
 - fluido a viscosità dipendente dalla temperatura;
- si definisce l'equazione di Navier-Stokes:

$$\rho \bar{\mathbf{f}} - \text{grad} p + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} = \rho \frac{D\bar{\mathbf{u}}}{Dt} \tag{5}$$

Supponendo che il moto del fluido avvenga in uno spazio tridimensionale e in regime stazionario, se si proietta l'equazione di Navier-Stokes lungo gli assi cartesiani si ricavano le tre espressioni:

$$\text{div}(\bar{\rho}u) = \text{div}(\mu \text{grad}u) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (6)$$

$$\text{div}(\bar{\rho}uv) = \text{div}(\mu \text{grad}v) - \frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \quad (7)$$

$$\text{div}(\bar{\rho}uw) = \text{div}(\mu \text{grad}w) - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (8)$$

Mediante lo sviluppo dei termini di divergenza e di gradienti si ottengono le equazioni di conservazione della quantità di moto:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho uu - \mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu - \mu \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho wu - \mu \frac{\partial u}{\partial z}) &= -\frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv - \mu \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho wv - \mu \frac{\partial v}{\partial z}) &= -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho uw - \mu \frac{\partial w}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vw - \mu \frac{\partial w}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho ww - \mu \frac{\partial w}{\partial z}) &= -\frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \quad (9) \quad (10) \quad (11)$$

Principio di conservazione dell'energia

Nel caso di regime stazionario il principio di conservazione dell'energia assicura che:

$$\text{div}(\bar{\rho}uH) = \text{div}(k \text{grad}T) \quad (12)$$

Se si ipotizza che il calore specifico sia costante:

$$h = c_p T$$

e quindi si ricava

$$H = c_p T + \Delta H \quad (13)$$

Se si sostituisce l'espressione (13) nella (12) si ricava l'equazione di conservazione dell'energia:

$$\text{div}(\bar{\rho}uT) = \text{div}(\frac{k}{c_p} \text{grad}T) - \text{div}(\frac{\bar{\rho}u\Delta H}{c_p}) \quad (14)$$

Principio di conservazione generale

Dal confronto fra le equazioni di conservazione della quantità di moto (6 - 8) e l'equazione di conservazione dell'energia (14), si nota che temperatura e componenti del vettore velocità obbediscono a un più generico principio di conservazione:

$$\text{div}(\bar{\rho}u\Phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad}\Phi) + S \quad (15)$$

Questa corrispondenza è utile per poter discretizzare in maniera generale i principi di conservazione.

Sviluppando i termini di divergenza si ottiene l'equazione di conservazione generale:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z}) = S \quad (16)$$

Sistema di equazioni differenziali risolutivo

Per determinare il campo di velocità di un fluido in moto si deve, quindi, risolvere un sistema di cinque equazioni differenziali, alle derivate parziali, in cinque incognite (u, v, w, p, T):

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho uu - \mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu - \mu \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho wu - \mu \frac{\partial u}{\partial z}) = -\frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv - \mu \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho wv - \mu \frac{\partial v}{\partial z}) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho uw - \mu \frac{\partial w}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vw - \mu \frac{\partial w}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho ww - \mu \frac{\partial w}{\partial z}) = -\frac{\partial p}{\partial z} \\ \text{div}(\bar{\rho}uT) = \text{div}(\frac{k}{c_p} \text{grad}T) - \text{div}(\frac{\bar{\rho}u\Delta H}{c_p}) \end{cases} \quad (17)$$

Le equazioni di conservazione della quantità di moto e l'equazione di conservazione della massa sono correlate all'equazione di conservazione dell'energia mediante il valore della densità, che dipende dalla temperatura. Supponendo che la densità del fluido non cambi in modo rilevante al variare della temperatura, il calcolo della velocità è indipendente dal calcolo della temperatura. In questo modo ci si riconduce ad un sistema di quattro equazioni differenziali in quattro incognite (u, v, w, p):

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho uu - \mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu - \mu \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho wu - \mu \frac{\partial u}{\partial z}) = -\frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv - \mu \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho wv - \mu \frac{\partial v}{\partial z}) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho uw - \mu \frac{\partial w}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vw - \mu \frac{\partial w}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho ww - \mu \frac{\partial w}{\partial z}) = -\frac{\partial p}{\partial z} \end{cases} \quad (18)$$

APPLICAZIONI DEL FORMALISMO DI NAVIER-STOKES

Il formalismo matematico descritto nel paragrafo precedente è stato utilizzato, come già accennato, per studiare in dettaglio due tra i più comuni processi di lavorazione per deformazione plastica a caldo: la laminazione e l'estrusione. Nel caso della laminazione a caldo l'obiettivo dello sviluppo di questo modello è stato quello di dare una descrizione matematica del comportamento del metallo durante la deformazione sulla base dei fenomeni di scambio termico, di opportune equazioni costitutive e dell'evoluzione microstrutturale durante e dopo il processo. Nel secondo caso lo studio dell'estrusione ha avuto lo scopo di definire le condizioni del materiale durante la riduzione di sezione, così da prevedere zone con concentrazione di sforzi o con surriscaldamenti che possono generare strutture finali non omogenee.

In entrambi i casi nel modello implementato è stata adottata una strategia iterativa per accoppiare il modulo fluido-meccanico per la deformazione plastica con il modulo dedicato all'analisi termica e microstrutturale (Fig. 1). Si è proceduto a una soluzione di tipo numerico del problema descritto dalle equazioni (18) secondo il metodo del Volume di Controllo (Control Volume Formulation) con l'utilizzo dell'algoritmo di Gauss-Siedel [10]. Sono stati quindi considerati gli aspetti specifici dei singoli processi e materiali per descrivere correttamente le condizioni al contorno, il comportamento del materiale e i fenomeni termici correlati.

Condizioni al contorno

Uno dei vantaggi dell'utilizzo dell'approccio di Navier-Stokes, qui presentato, consiste nella possibilità di utilizzare

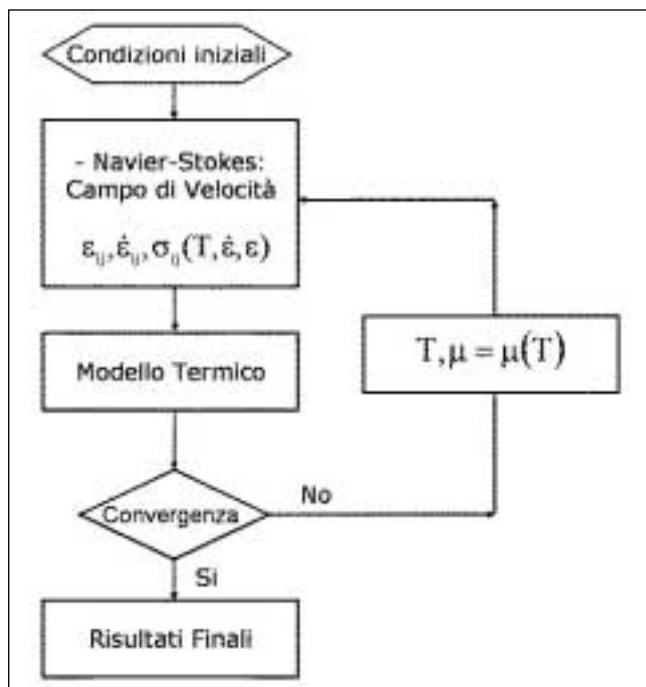


Fig. 1 – Diagramma di flusso della strategia risolutiva utilizzata nel modello sviluppato.

Fig. 1 – Flow chart of the implemented simulation strategy.

condizioni al contorno facilmente ricavabili dai dati sperimentali del processo considerato. Questo è un aspetto particolarmente significativo e vantaggioso, data la particolare importanza che rivestono tali condizioni nell'ottenimento di soluzioni numeriche capaci di interpretare correttamente il problema fisico studiato.

Per quanto riguarda il processo di laminazione a caldo, considerato un dominio di integrazione, bidimensionale, pari a metà di una sezione longitudinale del laminato, presa lontano dalle estremità del nastro (Fig. 2 (a)), si deve tenere conto che la velocità media nella direzione di laminazione aumenta durante il passaggio del materiale nella gabbia [11] e in corrispondenza della linea di metà spessore del materiale è possibile considerare un aumento lineare della velocità tra le sezioni di ingresso e uscita grazie alla simmetria del laminato rispetto alla linea mediana tra il cilindro superiore e quello inferiore. Per lo stesso motivo, in corrispondenza della linea centrale la componente verticale della velocità è nulla. Infatti se si considera valida l'ipotesi che la larghezza del nastro non cambia, risulta, data la conservazione della portata, che

$$u_1 \cdot s_1 = u_2 \cdot s_2 \quad (19)$$

Per la linea a metà spessore questa relazione può essere estesa a tutte le sezioni successive in cui è diviso il dominio di calcolo. A metà dello spessore del nastro, le condizioni descritte sono state utilizzate per imporre le condizioni relative alla velocità orizzontale u , mentre la componente verticale, v , è stata posta nulla per ragioni di simmetria. Più complesso è stato ricavare una relazione all'interfaccia cilindro-nastro in quanto è necessario considerare l'esistenza di tre diverse zone di contatto nella gabbia [12]: una zona di slittamento in ingresso, una di aderenza attorno al punto neutro e una di slittamento all'uscita (Fig.2 (b)). Per questo studio si è supposto che i cilindri siano completamente rigidi durante il processo.

Allo scopo di simulare questo comportamento alla superficie, per le velocità lungo la direzione di laminazione è stata imposta la relazione

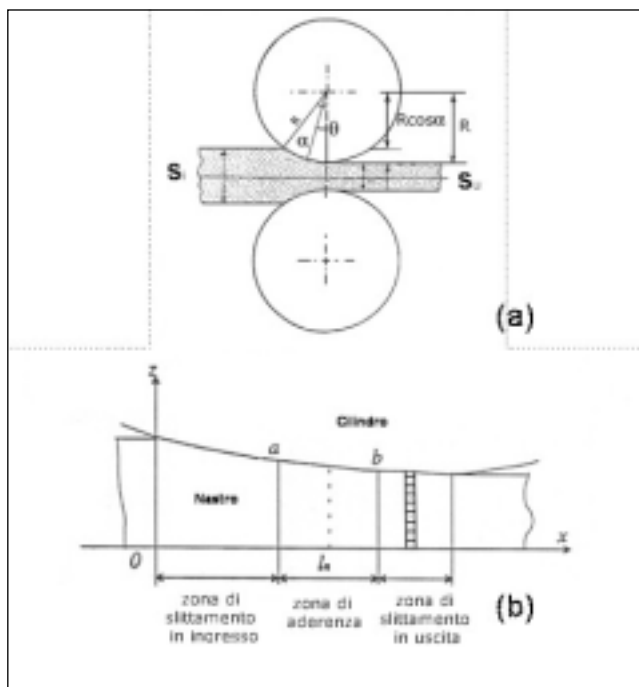


Fig. 2 – (a) Geometria del sistema e (b) interazione cilindro-nastro.

Fig. 2 – (a) System geometry and (b) Roll-Strip interaction.

$$u_n = u_{roll} - \frac{u_{roll} - u_{n-1}}{\delta} \quad (20)$$

Questa relazione lega la velocità dello strato superficiale con la velocità lungo l'asse x del cilindro; n indica la cella di contorno per una generica sezione e $n-1$ rappresenta l'indice della cella immediatamente sottostante per la stessa sezione. Il valore di δ viene calcolato automaticamente dal programma mediante una procedura iterativa, in quanto tale valore deve garantire l'uniformità del profilo di velocità del nastro appena dopo la fine del contatto con i cilindri senza realizzare variazioni discontinue e brusche della velocità tra lo strato superficiale in contatto con i cilindri e il materiale circostante che fluisce. Il valore di δ calcolato durante le iterazioni numeriche e utilizzato perché in grado di ottimizzare la soluzione del problema è pari a 1.2. Per la velocità nella direzione y , v , si è considerato che all'interfaccia il nastro e il cilindro abbiano la stessa velocità.

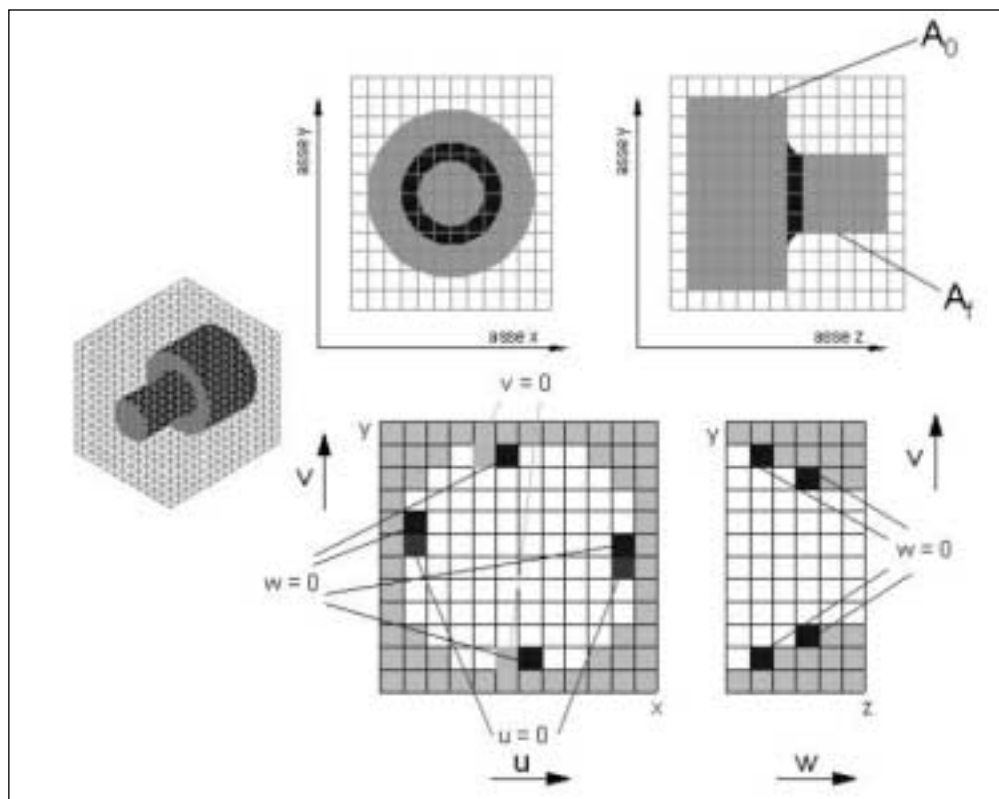
Nello studio dell'estrusione (Fig. 3), invece, si sono considerati i bordi della matrice come limiti allo spostamento del materiale, quindi per la componente di velocità lungo l'asse x si impone, per ogni sezione, che, se la cella si trova sul contorno destro o sinistro della sezione stessa, il valore di u è da considerarsi uguale a 0. Allo stesso modo per la componente di velocità lungo l'asse y si impone, per ogni sezione, che, se la cella si trova sul contorno superiore o inferiore della sezione stessa, il valore di v è da considerarsi uguale a 0. Per quanto riguarda la componente di velocità lungo l'asse z , asse di avanzamento dell'estrusione, prima di tutto si considera che il processo di estrusione dell'acciaio avviene a portata costante, cioè la quantità di materiale che entra nella matrice è uguale a quella in uscita. Dal momento che il processo impone una diminuzione della sezione del materiale, in uscita dalla matrice la velocità lungo l'asse di estrusione (w_f) è maggiore di quella in entrata (w_0), come viene descritto dalla legge di conservazione della portata:

$$A_0 \cdot w_0 = A_f \cdot w_f \quad (21)$$

dove A_0 è l'area della sezione di ingresso, ovvero della se-

Fig. 3 – Discretizzazione del materiale e condizioni al contorno nel caso dell'estrusione.

Fig. 3 – Mesh and boundary conditions on u , v and w velocities of the extruded material.



zione della billetta, e A_f è l'area della sezione di uscita, cioè del profilo estruso. Dai dati sperimentali, noti la lunghezza della barra che viene estrusa e il tempo di estrusione, si conosce la velocità w_f della sezione di uscita del materiale; le aree delle due sezioni sono note dalla geometria dell'estruso e quindi, mediante applicazione della (21), si calcola facilmente la velocità w_0 in entrata. Quindi, come condizione al contorno, sulla prima sezione di materiale si impone che la componente di velocità w assuma il valore w_0 in ogni cella e sull'ultima sezione di materiale la componente w deve valere, per ogni cella, w_f .

Inoltre, bisogna considerare che, avanzando lungo l'asse z , la riduzione delle sezioni comporta che alcune celle abbiano davanti a sé una cella non più di materiale ma che in realtà rappresenterebbe la matrice, in questo caso il materiale non può più fluire in questa direzione perciò w si annulla, più in generale nel caso in cui la cella sia sul contorno anteriore o posteriore, si pone il valore di w uguale a 0. Infine lungo il contorno delle singole sezioni si applica una "no-slip condition" per cui il materiale nel primo strato a contatto con la matrice si considera fermo e quindi nella prima cella di materiale si impone un valore di w pari a 0.

Equazioni costitutive

La descrizione del comportamento di un materiale durante la deformazione plastica richiede la formulazione di una legge costitutiva, che permetta di legare il valore dello sforzo a quello delle deformazioni e della velocità di deformazione. Inoltre i valori di sforzo e velocità di deformazione nel materiale permettono di valutare un termine sorgente di calore dovuto alla deformazione subita dal materiale che rientra nell'analisi termica del processo.

La velocità di deformazione può essere determinata dalle velocità calcolate con le equazioni di Navier-Stokes [8]:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (22)$$

(dove x_i e x_j sono due direzioni nello spazio e v_i e v_j sono due componenti della velocità); dalle singole velocità di

deformazione si calcola la velocità di deformazione equivalente

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \left[(\dot{\epsilon}_{xx}^2 + \dot{\epsilon}_{yy}^2 + \dot{\epsilon}_{zz}^2) + 2(\dot{\epsilon}_{xy}^2 + \dot{\epsilon}_{yz}^2 + \dot{\epsilon}_{zx}^2) \right]} \quad (23)$$

Integrando questa $\dot{\epsilon}$ nel tempo si calcola la deformazione equivalente ϵ :

$$\epsilon = \epsilon_0 + \int \dot{\epsilon} dt = \epsilon_0 + \int \frac{\dot{\epsilon}}{w} dz \quad (24)$$

Lo sforzo equivalente σ si ricava usando un'equazione costitutiva del tipo seno iperbolico adatta a descrivere il comportamento del materiale alle alte temperature:

$$\dot{\epsilon} = A [\sinh(\alpha \sigma)]^n \exp(-Q/RT) \quad (25)$$

Dove A dipende da ϵ per mezzo di una relazione polinomiale. Per ciascuno degli acciai considerati i parametri α , Q , n e l'espressione di A sono stati determinati mediando i risultati di diverse prove a trazione (Tab. 1).

Il problema termico

I processi di deformazione qui considerati si svolgono a caldo, perciò è necessario affrontare anche un problema termico. Senza dilungarsi nella descrizione di questo problema, essenziale, ma che esula dallo scopo di questa memoria, basti dire che l'influenza della temperatura sulle caratteristiche del materiale è presente (Tab. 1) nell'equazione costitutiva e nella funzione che governa la viscosità del materiale. L'equazione differenziale che descrive i fenomeni di trasmissioni del calore, l'equazione di Fourier, può essere scritta per la condizione stazionaria in coordinate cartesiane tenendo conto delle velocità e del termine di sorgente [4]:

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q \quad (26)$$

Materiale	LAMINAZIONE Acciaio HSLA		ESTRUSIONE	
			AISI 316Ti	AISI 329A
Composizione chimica		0.056 C; 1.82 Mn; 0.61 Si; 0.013 P; 0.002 S; 0.30 Cr; 0.10 Ni; 0.21 Mo; 0.13 Cu; 0.011 Sn; 0.031Al; 0.064 Nb; 0.027 V; 0.11 Ti; 0.011 N	0.08 C _{max} ; 2 Mn _{max} ; 0.045 P _{max} ; 0.015 S _{max} ; 1 Si _{max} ; 16.5-18.5 Cr; 10.5-13.5 Ni; 2-2.5 Mo; 5xC _{min} -0.7 max Ti	0.03 C _{max} ; 2 Mn _{max} ; 0.035 P _{max} ; 0.015 S _{max} ; 1 Si _{max} ; 21-23 Cr; 4.5-6.5 Ni; 2.5-3.5 Mo; 0.10-0.22 N
Densità	ρ	7500 kg m ⁻³	7900 kg m ⁻³	7800 kg m ⁻³
Viscosità	μ	2·10 ¹⁵ ·exp(-0.007·T) kg m ⁻¹ s ⁻¹	2·10 ¹⁵ ·exp(-0.007·T) kg m ⁻¹ s ⁻¹	1.8·10 ¹⁵ ·exp(-0.0067·T) kg m ⁻¹ s ⁻¹
Accelerazione di gravità	g		9.81 m s ⁻²	
Parametro dipendente dalla deformazione	A	1.4 10 ¹³	12.6ε ³ + 15.4ε ² + 0.97ε + 47.95 s ⁻¹	13.3ε ³ + 11.7ε ² + 1.2ε + 51.4 s ⁻¹
Costante caratteristica dell'equazione costitutiva	α	0.008 MPa ⁻¹	0.03 MPa ⁻¹	0.04 MPa ⁻¹
Costante caratteristica dell'equazione costitutiva	n	5.6	3.1	3.6
Energia di attivazione del processo	Q	362000 J mol ⁻¹	213000 J mol ⁻¹	182000 J mol ⁻¹
Costante dei gas perfetti	R		8.31 J K ⁻¹ mol ⁻¹	
Calore specifico	c _p	660.44 J kg ⁻¹ K ⁻¹ [2]	690 J kg ⁻¹ K ⁻¹	690 J kg ⁻¹ K ⁻¹
Conduktività termica	k	60,342 - 3,0052 10 ⁻² T - 1,3509 10 ⁻⁵ T ² - 4,4298 10 ⁻⁸ T ³ + 6,9362 10 ⁻¹¹ T ⁴ - 1,4611 10 ⁻¹⁴ T ⁵ W m ⁻¹ K ⁻¹ [4]	16 W m ⁻¹ K ⁻¹	16 W m ⁻¹ K ⁻¹
Costante caratteristica di generazione del calore	β	0.95 [13]	0.9	0.9

Tabella 1 – Costanti fisiche utilizzate nelle equazioni considerate.

Table 1 – Physical constants used in considered equations.

Il termine di sorgente q è legato alla frazione di energia di deformazione plastica che viene dissipata come calore all'interno del materiale; la potenza termica prodotta risulta, quindi

$$q = \beta \cdot \sigma_{ijk} \cdot \dot{\epsilon}_{ijk} \quad (27)$$

Nei processi studiati sono presenti tutti i meccanismi di scambio del calore: convezione, conduzione e irraggiamento. In particolare per determinare il profilo termico nel nastro prima durante e dopo il passaggio nella gabbia di laminazione è necessario tenere in considerazione lo scambio tra il metallo e l'ambiente e tra il metallo e il cilindro di lavoro con opportune condizioni al contorno [4,14,15]. Invece per l'estrusione nella regione all'interno della matrice il fenomeno predominante è senz'altro la conduzione: per imporre condizioni al contorno coerenti con la situazione reale simulata si è tenuto conto che il materiale durante il processo risulta coperto da uno strato di lubrificante che funziona anche da isolante termico. Per entrambi i casi sono state effettuate misure dirette tramite pirometri ottici, per verificare la plausibilità delle condizioni iniziali da imporre per risolvere l'equazione (26) mediante la tecnica numerica delle Differenze Finite.

RISULTATI

I modelli realizzati hanno permesso di ottenere campi realistici di velocità, di temperatura, di sforzo e di velocità di deformazione nel materiale deformato. Questi sono i parametri prioritari nella simulazione del processo di laminazio-

ne a caldo. L'uso del metodo qui proposto permette di tenere in considerazione il fatto che essi non siano uniformi lungo lo spessore (Fig. 4) e quindi di ottenere risultati significativi ad esempio circa le variazioni microstrutturali, quali la ricristallizzazione e la dimensione dei grani, o l'andamento della temperatura nei differenti passi del processo.

Nel caso dell'estrusione le velocità ottenute dalla risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes permettono di ottenere informazioni interessanti sul modo in cui il materiale fluisce attraverso la matrice: nelle direzioni perpendicolari all'asse di avanzamento si nota un moto dai bordi verso la parte centrale corrispondente alla luce della matrice, mentre nella direzione di estrusione si osserva la distribuzione di velocità, maggiori al centro e minori verso la periferia della sezione, a causa dell'attrito presente, nonostante la lubrificazione sul contorno. Tale situazione si riscontra pure nella forma dell'estremità delle barre prodotte che assumono un profilo che tende ad essere parabolico. Da questo si deduce che il materiale, durante l'estrusione, assume velocità significativamente differenti a seconda della posizione rispetto alla forma della matrice.

I valori ottenuti dal modello permettono di identificare le zone del profilo che permangono più a lungo ad alta temperatura e quelle che si raffreddano più velocemente. La distribuzione termica è stata confrontata con i risultati ottenuti dall'indagine sperimentale in cui sono state valutate la microstruttura dell'acciaio, la dimensione del grano (austenitico o ferritico) e la microdurezza Vickers. Come si può vedere nella Fig. 5 e nella Fig. 6, nel caso dell'estrusione dell'acciaio AISI316Ti laddove la temperatura è più elevata (parte interna dell'angolo della "L") la dimensione del grano è

maggiore e la durezza misurata minore, queste differenze, però, non sono di grande entità e quindi il materiale deformato ha subito ricristallizzazione giungendo a una struttura piuttosto omogenea. Nel caso dell'estrusione dell'acciaio duplex AISI 329A nelle zone in cui la temperatura è rimasta più elevata (al centro della sezione ovale) si ha un maggiore contenuto di fase ferritica con una dimensione del grano ferritico che dove risulta maggiore deprime i valori di durezza che risultano inferiori. In particolare, è stato possibile notare un punto critico nell'estrusione di questo profilo, in cui la punta della forma ovale presenta le temperature minori della sezione, ed è interessante notare che in corrispondenza di questa posizione la microstruttura mostra i segni della deformazione subita, infatti le fasi presenti sono allungate a segnalare che in tale zona non ha avuto luogo la ricristallizzazione, probabilmente a causa del fatto che lo stato termico non è stato in grado di attivare questo processo.

Fig. 4 – Parametri di deformazione calcolati per una gabbia del processo studiato.

Fig. 4 – Predicted deformation parameters in a stand of the studied process.

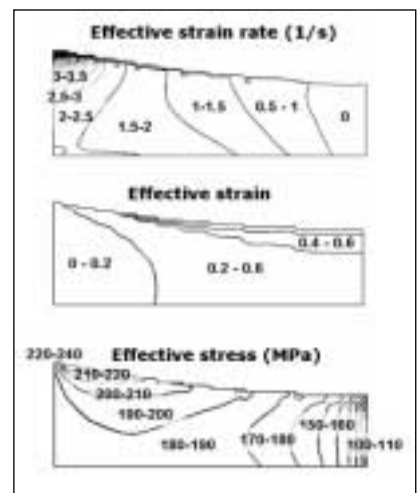


Fig. 5 – Sintesi dei risultati della simulazione per l'estrusione dell'acciaio AISI 316Ti e correlazione con i dati sperimentali.

Fig. 5 – Summary of simulation results on AISI 316Ti steel and correlation with experimental data.

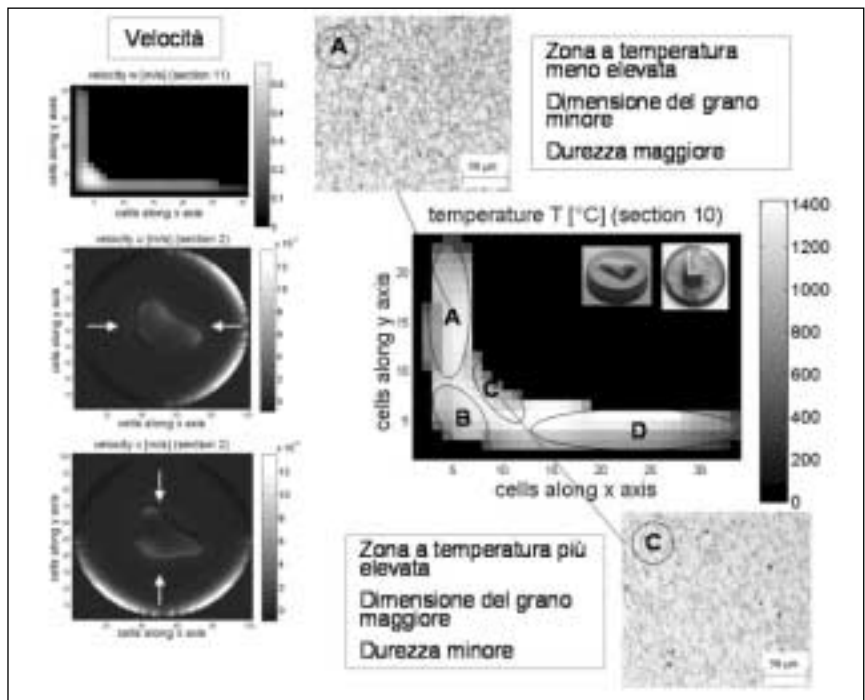
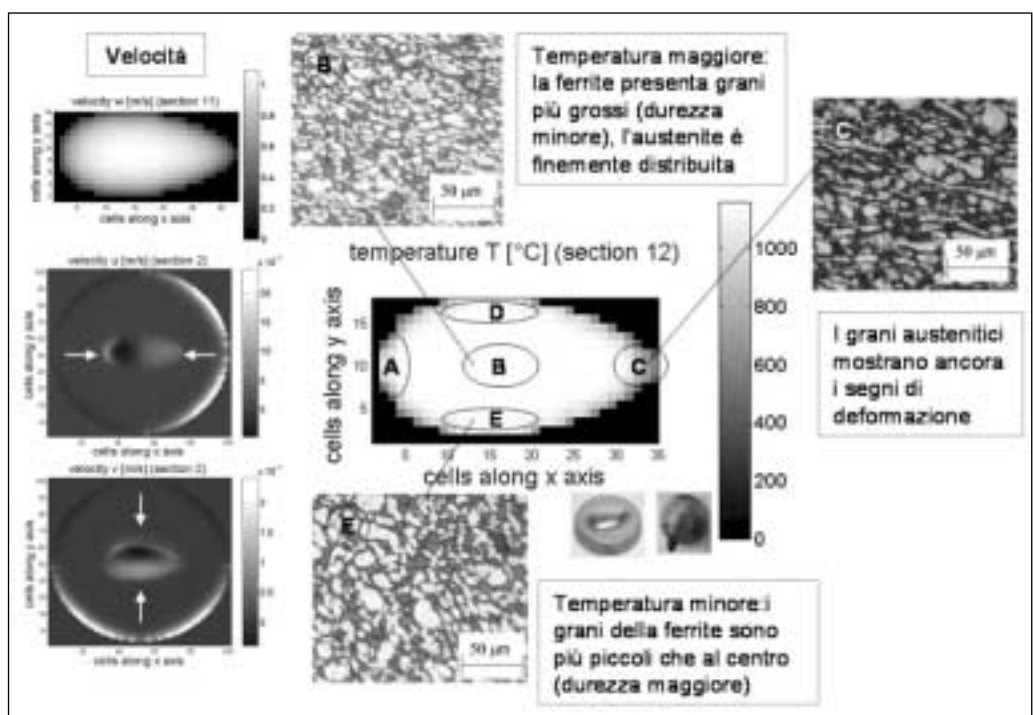


Fig. 6 – Sintesi dei risultati della simulazione per l'estrusione dell'acciaio AISI 329A e correlazione con i dati sperimentali.

Fig. 6 – Summary of simulation results on AISI 329A steel and correlation with experimental data.



CONCLUSIONI

Per la prima volta è stato sviluppato un modello di descrizione del processo di deformazione plastica basato sulle equazioni di Navier-Stokes attraverso l'applicazione del concetto di viscosità alla deformazione plastica dei solidi. Tale approccio mostra l'indubbio vantaggio di poter essere implementato per mezzo dell'imposizione di condizioni al contorno facilmente ricavabili da dati industriali di processo, evitando, in particolar modo, di dover imporre condizioni al contorno sulla base di ipotesi spesso arbitrarie e poco fondate, quali quelle spesso formulate in relazione ai fenomeni di attrito. Il confronto dei risultati ottenuti dal modello di calcolo con quelli delle analisi sperimentali ha permesso di convalidare l'utilizzo di questo formalismo nello studio dei processi di laminazione e di estrusione degli acciai. Questo approccio consente di determinare l'evoluzione della deformazione del metallo con l'individuazione della presenza di eventuali criticità causate da problemi dovuti, per esempio, ad un erroneo progetto della geometria delle filiere di estrusione o ad una scorretta pianificazione dei passi di riduzione durante la laminazione. La relazione tra i campi di temperatura, sforzo, deformazione e velocità di deformazione che sono stati calcolati risultano del tutto coerenti con le caratteristiche microstrutturali determinate dall'indagine sperimentale e quindi pur partendo da pochi dati sperimentali facilmente deducibili è possibile sviluppare una procedura di calcolo in grado di ottimizzare il processo di deformazione plastica. Nonostante non siano coinvolti fenomeni di turbolenza, viste le elevatissime forze viscosive coinvolte nella deformazione dei solidi gli strumenti di soluzione numerica risultano ancora troppo lenti per consentire una modellistica in linea volta al controllo dell'impianto, ma le caratteristiche dell'approccio risultano più competitive rispetto a quelle di altri modelli per un futuro impiego nelle applicazioni dedicate al controllo in linea dei sistemi produttivi.

RINGRAZIAMENTI

Gli autori desiderano ringraziare l'Ing. Guindani, Responsa-

bile della Qualità dell'Acciaieria Arvedi S.p.A. e il Sig. Bergamini, Direttore di stabilimento della FIAV L.Mazzacchera S.p.A. per aver dato la possibilità di svolgere lo studio presentato in questa memoria.

BIBLIOGRAFIA

- [1] C. Roucoule, M.Pietrzyk, P.D.Hodgson, Mater.Sci.Eng., A339(2003), No.1.
- [2] R.Luce, M.Wolske, R.Kopp, F.Roters, G.Gottstein: Computational Materials Science, 21(2001), 1-8.
- [3] R.H.Wagoner, J.L.Chenot: Fundamental of metal forming, John Wiley & Sons, (1997), p.369.
- [4] S.R.Wang, A.A.Tseng: Material&Design, 16(1995), p. 315.
- [5] C.Mapelli, R.Venturini: Steel Research International 75, 4(2004),pp.257-265.
- [6] C.Mapelli, C.Tagliabue: Steel Research International 76, 5(2005), pp. 377-386.
- [7] N.Venkata Reddy, P.M. Dixit, G.K. Lal, J.Mater : Processing Technology, 55(1995), p.331.
- [8] R.K.Chin, P.S.Steif: Int.J. Mach. Tools Manufact. 8(1995), p.1087.
- [9] V.L.Streeter, E.B.Wylie, K.W.Bedford: Fluid Mechanics, McGraw-Hill, (1998), pp. 185-223.
- [10] S.V.Patankar: Numerical heat transfer and fluid flow, Taylor&Francis, (1980).
- [11] G.E.Dieter: Mechanical Metallurgy, Mc Graw-Hill, Singapore, (1988), pp. 590-615.
- [12] Z.Y.Jiang, A.K.Tieu, C.Lu, W.H.Sun: J. of Processing Technology, 125-126 (2002), p.649.
- [13] K.Mori, K.Osakada: Simulation of three-dimensional rolling by the rigid-plastic finite element method, International Conference Numerical Method in Industrial Forming Processes, Pineridge Press, Swansea, 1992, pp. 747-756.
- [14] C.G.Sun, H.D.Park, S.M.Hwang: ISIJ Int., 42(2002), p. 629.
- [15] Tseng,A.A.: Int. J. for Numerical Methods in Engineering, 1984, No. 20, pp.1885-1900

A B S T R A C T

ADVANTAGES OF AN APPROACH
BASED ON THE NAVIER-STOKES' FORMALISM
IN THE STUDY OF THE HOT PLASTIC DEFORMATION

Keywords:
steel, hot working, modeling

In this study a mathematical model has been developed to describe the behaviour of a metal during the plastic deformation process on the basis of thermal flow, constitutive laws and microstructural evolution. This model is organized in two different coupled modules and considers average parameters that can be easily and directly measured. This approach is based on the Navier-Stokes' equations which have been used to compute the speed field in the material during the process. The model is closely coupled with a thermal one which provides the evolution of the thermal field which plays a fundamental role on the microstructural transformation in the material during the deformation. In fact it is known that the critical factors in controlling grain size and properties of steel in the plastic deformation process are: the field of temperature, strain, strain rate and their evolu-

tion during the process. Introducing the constitutive law of the material at high temperature, the microstructural evolution of the metal can be described and it is possible to obtain the values that are useful in order to design and define the technological parameters of plastic deformation.

The Navier-Stokes' formalism allows to calculate the fields of velocities in the material starting from boundary conditions that are easily measured during the industrial practice: for this reason the model (implemented in C language) can be used for describing different processes. In this way two hot plastic deformation processes, that are significantly different as regards the rate of strain and the thermal field, have been studied: the hot extrusion of special profiles and the hot rolling of flat products. In particular two products have been considered: a HSLA steel product by A.S.T. technology, as regards the rolling, and two kinds of stainless steel, a duplex and an austenitic one, concerning the extrusion. The validation of the computational approach has been realized by a comparison between the obtained values and both technological and microstructural data experimentally measured like the metallographic structure and the micro-hardness values.