

# Curve di comprimibilità di polveri a base ferro: riferimenti affidabili o insidiosi per una corretta stima preliminare delle sollecitazioni sugli stampi di pressatura?

G. F. Bocchini

*Nella progettazione degli stampi di pressatura, la previsione delle tensioni massime si basa, solitamente, sulle cosiddette curve di comprimibilità, che rappresentano graficamente, per una determinata miscela di polveri, la relazione fra la pressione applicata e la densità dei pezzi pressati. La determinazione della comprimibilità si esegue secondo norme specifiche, che prevedono la formatura di cilindretti o parallelepipedi caratterizzati da un'estensione relativamente modesta delle superfici di attrito fra polvere in addensamento e pareti dello stampo. L'analisi delle curve di comprimibilità permette di ricavare una legge analitica semplice, da utilizzare per gli sviluppi successivi. Si descrive poi la relazione fra pressione assiale e pressione radiale, essendo quest'ultima il dato di progetto per il corretto proporzionamento delle matrici. Utilizzando i dati della letteratura sulle relazioni fra pressione applicata e coefficienti di attrito, è possibile ricavare un modello che lega la geometria dei particolari pressati alle pressioni assiali effettivamente necessarie per raggiungere le densità volute. Per forme di particolari di discreta estensione in altezza, gli effetti della geometria sono collegati a due parametri adimensionali, uno di natura fisica (prodotto del rapporto fra pressioni moltiplicato per il coefficiente d'attrito), e uno di natura geometrica (rapporto fra la superficie di attrito "verticali" e il doppio della superficie di pressatura). Mediante questi parametri adimensionali si possono ricavare le curve di comprimibilità "effettive", caratteristiche cioè di una determinata geometria. Per forme di particolari di altezza piccola, gli effetti della geometria sono ancora collegati a due parametri adimensionali, uno di natura fisica (rapporto fra il doppio del coefficiente d'attrito e il rapporto delle pressioni), e uno di natura geometrica (rapporto fra raggio e altezza del disco sottile). Più sottile è il disco, più elevata è la pressione necessaria per raggiungere una determinata densità. Le indicazioni dello studio teorico sono messe in relazione con risultati sperimentali ottenuti caratterizzando bussole cilindriche e dischi di diversa geometria. In generale, le previsioni teoriche trovano valida conferma nei dati ottenuti dalla sperimentazione. Lo studio dimostra che se si utilizzano acriticamente le curve di comprimibilità per la stima delle sollecitazioni agenti sugli stampi di pressatura si possono pericolosamente sottostimare le tensioni agenti.*

**Parole chiave:** Met. delle polveri - Caratterizz. materiali

## INTRODUZIONE

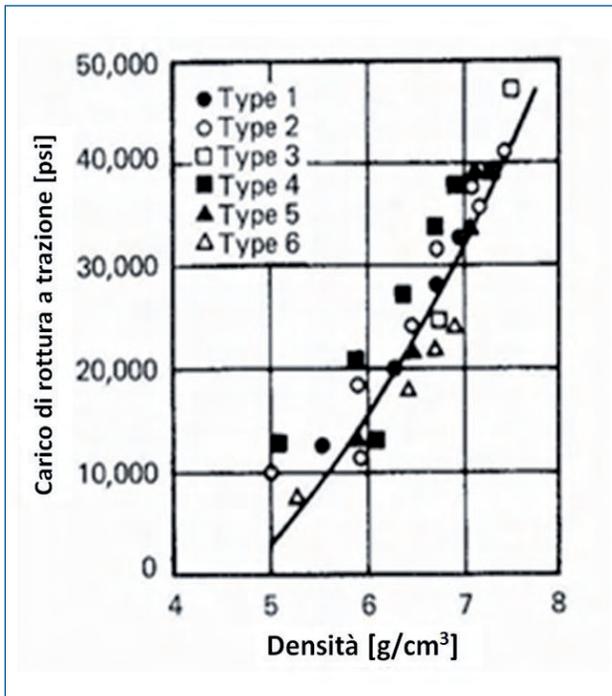
Ogni organo meccanico da impiegare con sicurezza deve avere una resistenza meccanica, cioè un carico di rottura – statico o a fatica – adeguatamente superiore alle sollecitazioni previste in esercizio. Inoltre, nel caso di particolari caratterizzati da esigenze funzionali di discreta o buona precisione, gli sforzi unitari agenti devono essere inferiori al limite di snervamento del materiale previsto. Nel caso dei materiali a base ferro sinterizzati, peculiarmente porosi, con porosità compresa generalmente fra 16 e 5%,

la resistenza meccanica, statica o dinamica, è funzione della densità, del tipo di alligazione, delle condizioni di sinterizzazione, degli eventuali trattamenti termici, sinterotempra compresa. Per quanto concerne l'influenza della densità, i dati in letteratura sono numerosi, ma non completamente univoci. Presumibilmente, i primi risultati sperimentali furono esposti, negli Stati Uniti, da Squire, [1], che pubblicò il grafico riportato in Figura 1. Quel grafico diventò quasi un classico, poiché fu ripubblicato tal quale da Lee [2] e, dopo mezzo secolo, da Kosko [3].

Anche Kieffer e Hotop, [4], pubblicarono i risultati ottenuti da Squire, con l'indicazione supplementare che lo studioso americano aveva determinato pure la resistenza al taglio del ferro sinterizzato, e aveva trovato una legge di dipendenza dalla densità di tipo esponenziale.

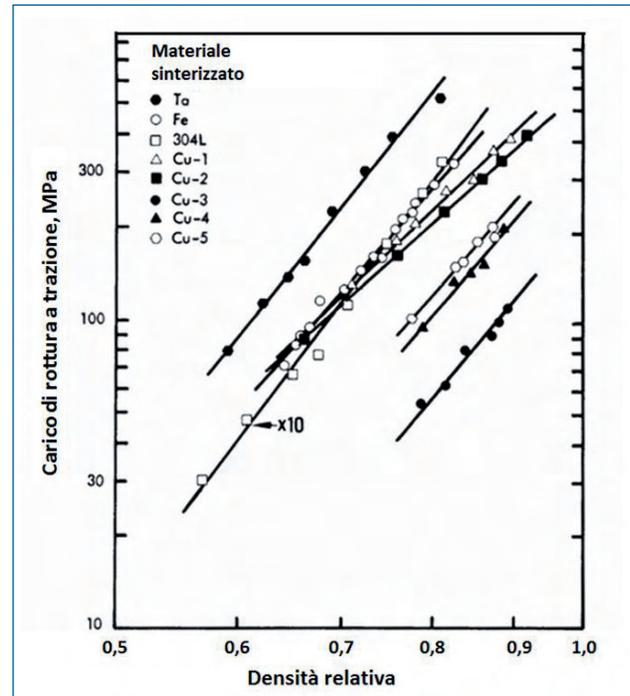
Un paio di anni dopo il lavoro di Squire, anche Balschin, in

**Gian Filippo Bocchini,**  
Consulente in metallurgia delle polveri,  
Rapallo (Genova), bocchini.mp@libero.it



**Fig. 1 - Influenza della densità sul carico di rottura di materiali metallici sinterizzati.**  
(1 psi = 145 N/mm<sup>2</sup>). Da Squire [1]

Fig. 1 - Influence of density on UTS of sintered metallic materials. (1 psi = 145 N/mm<sup>2</sup>). From Squire [1]



**Fig. 2 - Relazione fra resistenza e porosità di materiali metallici sinterizzati.** Da R. M. German, [12]

Fig. 2 - Relationship between strength and porosity of sintered metallic materials. From R. M. German, [12]

Unione Sovietica, [5], trovò sperimentalmente una legge di dipendenza dello stesso tipo, confermata poi nel suo testo [6].

Ancora in tempi lontani, Knopp, [7], e Pisarenko, Troshchenko e Krasovskii, [8], arrivarono a risultati analoghi. Pochi anni dopo, Hausner, [9], pubblicò dei grafici, per acciai contenenti 7% Ni e 0 ÷ 0,8 % C, a densità comprese fra 6,4 e 7,6 g/cm<sup>3</sup>, con andamenti chiaramente esponenziali.

Le prime contraddizioni compaiono con Lenel, [10], che riporta tre grafici, relativi ad acciai di diversa composizione, con andamenti discordi: esponenziale, parabolico, lineare. Lenel precisa che l'origine dei dati è una pubblicazione dell'ASM, [11].

R. M. German, [12], propone ancora una volta una relazione di tipo esponenziale, con pendenze diverse per materiali diversi, come mostra la Figura 2, con entrambe le scale logaritmiche.

Sorprendentemente, German precisa poi che, in prima approssimazione, la corrispondenza fra resistenza a trazione e densità dovrebbe essere di tipo lineare, secondo quanto proposto da De Hoff e Gillard, [13]. Questa ipotesi, però, è in contrasto con qualsiasi osservazione frattografica, che dimostra con chiarezza che la resistenza meccanica è limitata dall'estensione dei colli interparticellari, certamente inferiore, in termini relativi, alla frazione di area metallica osservabile al microscopio ottico.

German, [12], richiama anche una legge di tipo analitico,

utilizzata per tracciare i segmenti di retta della figura, legge che sarà presente in una successiva tabella. Lo stesso autore, però, in un testo successivo, [14], pubblica una tabella sulla relazione fra resistenza a trazione e densità di un acciaio semplice al carbonio (0,5%), trattato, che indica chiaramente una legge di dipendenza di tipo lineare.

Thümmler e Oberacker, [15], pubblicano un grafico realizzato inizialmente da G. Zapf, [16], [17], che si riporta in Figura 3, e specificano che: "In pratica, la resistenza a trazione può essere spesso interpolata linearmente, nel campo di densità che va da 6,5 a 7,5 g/cm<sup>3</sup>, mentre l'allungamento a rottura e la resistenza all'urto presentano una più forte dipendenza dalla porosità. Questo vale per un certo numero di acciai sinterizzati, mentre altri mostrano un comportamento piuttosto differente della resistenza, con aumento della pendenza alle alte densità. .... La dipendenza lineare della resistenza dalla porosità, tuttavia, non è teoricamente fondata".

Anche W. Schatt e K. P. Wieters [18], pubblicano il grafico proposto da Zapf, ma, per quanto concerne materiali sinterizzati a base rame, pubblicano una fascia di valori con andamento tipicamente esponenziale.

Lo studioso cui va riconosciuto il primato, in termini di dati e grafici presentati, è certamente P. Beiss, [19, 20], che pubblica oltre 100 diagrammi, nei quali chiaramente prevale una legge di tipo esponenziale.

Come si vede, le indicazioni esistenti in letteratura concordano su un fatto ovvio: la resistenza meccanica

dei materiali metallici sinterizzati è funzione crescente della densità. La legge di dipendenza, però, non è stata individuata univocamente con certezza. Anche il ricorso alla normativa, MPIF, [21], per esempio, o alle pubblicazioni di grandissimi produttori di polveri, [22], non permette di trarre indicazioni univoche conclusive.

Per completezza, si deve anche specificare che sono stati fatti numerosi tentativi di modellizzazione del comportamento meccanico di materiali porosi, con la definizione di diverse formule, prevalentemente di tipo esponenziale.

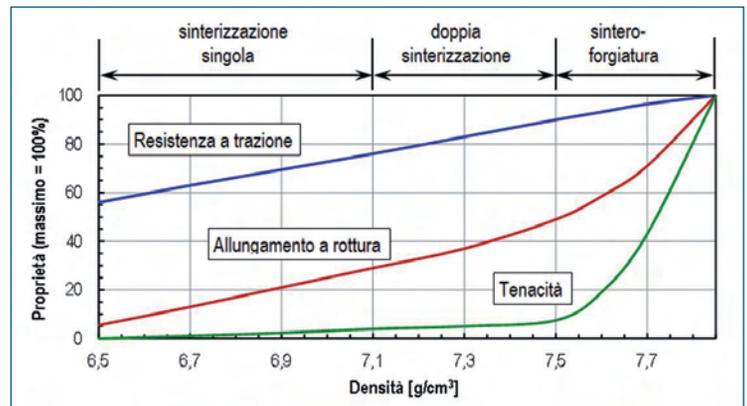
Fra le varie leggi proposte, quelle che sembrano meglio corrispondere ai risultati sperimentali sono quella di Eudier, [23], completata da Bocchini, [24], con l'inserimento del fattore di forma dei pori, e quella di Exner e Pohl, [25].

## DETERMINAZIONE DELLA COMPRIMIBILITÀ SECONDO LA PROVA NORMALIZZATA

Come mostrato nel paragrafo precedente, le proprietà meccaniche dei materiali metallici sinterizzati dipendono fortemente dalla densità. D'altra parte, le esigenze di precisione dimensionale spesso presenti obbligano a scegliere materiali che presentino piccole variazioni dimensionali in sinterizzazione e, di conseguenza, piccoli cambiamenti della densità. Perciò, la possibilità di raggiungere densità elevate mediante la pressatura è di norma ritenuta una proprietà pregiata delle polveri. Da questa situazione discende la necessità di controllare l'idoneità di una data polvere di ferro a essere addensata mediante applicazione di una pressione esterna. Le variazioni di massa volumica che avvengono quando si pressa entro stampi rigidi una polvere metallica sono rappresentate graficamente per mezzo delle cosiddette **curve di comprimibilità**. Le modalità di prova sono specificate in modo completo nelle corrispondenti norme nazionali e internazionali, [26, 27, 28, 29]. Uno schema dello stampo d'impiego corrente è illustrato in Figura 4. La norma prevede un diametro interno della matrice di 25,00 mm e, nel caso di polveri a base ferro, un peso del pezzo di prova di 70,0 g.

Poiché lo scopo della prova è quello di valutare il comportamento delle polveri metalliche sottoposte a pressioni relativamente elevate, la porzione della curva che dà le masse volumiche a basse pressioni (inferiori a 200 MPa) viene di solito trascurata. Ciò implica che le curve di comprimibilità non possono essere utilizzate quando devono essere verificati i trasferimenti di riempitura, che sono necessari per preparare la corretta configurazione di riempitura dopo l'operazione fisica di riempimento e prima dell'inizio dell'aumento di pressione. Solitamente, la massima pressione di prova è di almeno 700 MPa. Le scale del diagramma sono lineari e la pressione è solitamente riportata sull'asse delle  $x$ , mentre la massa volumica di pressatura è diagrammata sull'asse delle  $y$ .

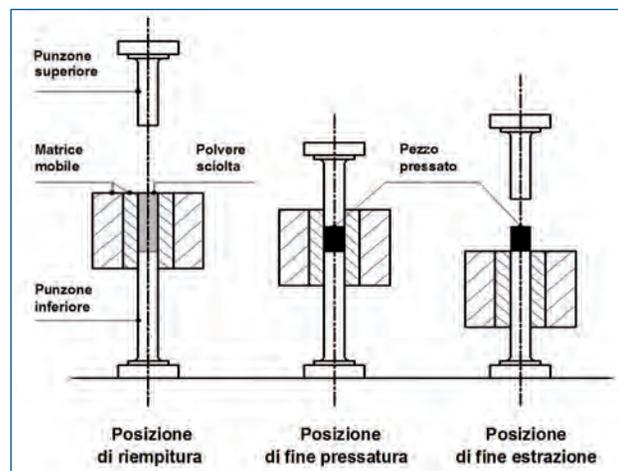
Con qualche eccezione soltanto, l'andamento della curva di comprimibilità delle polveri metalliche è tipico, con una pronunciata convessità verso l'alto. I motivi principali



**Fig. 3 - Dipendenza dalla densità delle proprietà meccaniche di acciai sinterizzati.**

$R_m$ : resistenza a trazione;  $A$ : allungamento;  $a_k$ : tenacità a frattura. Da G. Zapf, [16]

*Fig. 3 - Sintered steels: mechanical properties versus density.  $R_m$ : tensile strength;  $A$ : rupture elongation;  $a_k$ : impact strength. From G. Zapf, [16]*

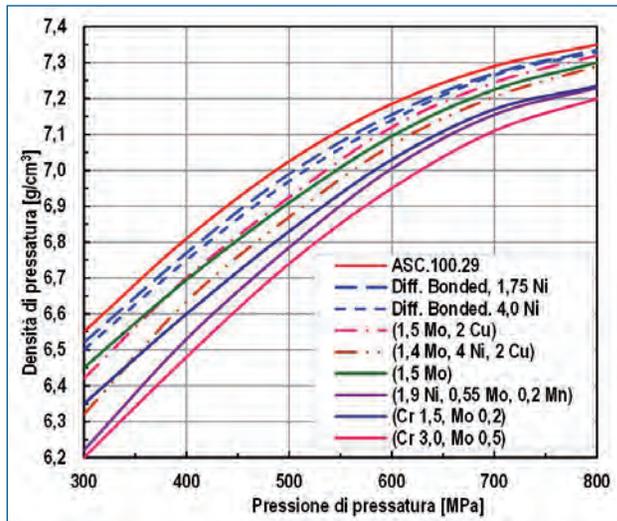


**Fig. 4 - Schema di stampo per prove di comprimibilità, con indicazione della sequenza della fasi. Per le polveri a base ferro le norme prevedono un diametro della matrice di 25,00 mm e un peso del provino di 70,0 g**

*Fig. 4 - Scheme of a tool for compressibility tests, with indication of step sequence. For iron-base powders the rules provide a 25.00 mm diameter die and 70.0 grams sample weight*

che portano a questo andamento sono la diminuzione progressiva dei vuoti fra le particelle - sia come frazione sia come dimensioni - e l'incrudimento del metallo.

I produttori qualificati di polveri di solito forniscono le curve di comprimibilità per i loro materiali e specificano la normativa seguita. Poiché l'attrito sulle pareti dello stampo e tra le particelle si oppone all'aumento della densità, si può fare una distinzione netta tra due metodi di prova: la lubrificazione in massa e la lubrificazione di



**Fig. 5 - Curve di comprimibilità di polveri di ferro o a base ferro (lubrificate in massa), idonee alla produzione di acciai sinterizzati da trattamento termico (con aggiunte dosate di carbonio).**

*Fig. 5 - Compressibility curves of iron or iron-base powders (bulk-lubricated), apt to manufacture sintered steels to be heat-treated (after dosed carbon addition)*

parete. Nella pratica industriale la lubrificazione in massa (con miscelazione fra polveri e lubrificante, in forma solida, finemente suddiviso) è la tecnica standard per ridurre l'usura degli stampi e per ottenere un'accettabile finitura superficiale dei pressati. Alcune curve di comprimibilità sono diagrammate nella Figura 5, nella quale si confrontano delle polveri a base ferro che, opportunamente arricchite in carbonio, consentono la produzione di acciai sinterizzati idonei al trattamento termico.

Anche se le diverse norme considerano, parzialmente, la possibile influenza dell'attrito, prevedendo la lubrificazione della matrice e polveri tal quale, (non viene però presa in considerazione nessuna lubrificazione aggiuntiva sulle facce dei punzoni), è chiaro che mediante le curve di comprimibilità si può misurare una proprietà "assoluta" di una data polvere (o miscela di polvere). In pratica, questa proprietà assoluta è la legge con cui la densità aumenta in funzione della pressione, determinata secondo una procedura normalizzata su campioni di riferimento. Questo metodo può essere correttamente applicato per provare e comparare diverse polveri metalliche e loro miscele, ma non può essere considerato, a priori, adatto a prevedere il comportamento di una polvere sottoposta a pressione quando la forma del pezzo è sostanzialmente diversa dai campioni di comprimibilità standard.

## ANALISI DELLE CONDIZIONI DI ATTRITO SU SUPERFICI DIVERSE

Nella pressatura delle polveri l'attrito che si oppone all'addensamento agisce fra:

- la polvere e le superfici della matrice e delle anime;
- la polvere e le facce dei punzoni che applicano la pressione;
- le superfici delle particelle di polvere a contatto e in moto relativo.

Nei tre casi, le condizioni degli accoppiamenti tribologici sono sostanzialmente diverse. Ciò può essere desunto agevolmente dalla schematizzazione delle condizioni di attrito riportate nella Tabella I, le cui indicazioni, puramente qualitative, possono essere completate con delle valutazioni numeriche di primo orientamento.

Le polveri di ferro destinate alla produzione di particolari meccanici presentano delle superfici specifiche dell'ordine di  $800 \div 1000 \text{ cm}^2/\text{g}$ . Di conseguenza, una massa di 70 grammi di polvere, che è la quantità prevista per ogni campione della prova di comprimibilità, prima dell'addensamento ha, mediamente, una superficie totale dell'ordine di circa  $65000 \text{ cm}^2$ , mentre il volume occupato è compreso fra  $21 \text{ e } 26 \text{ cm}^3$ . In pressatura questo volume diminuisce. Se s'immagina che il numero di cavità fra le particelle non subisca variazioni a partire da una determinata massa volumica - o da una certa pressione, alla quale il lubrificante comincia a intervenire efficacemente mitigando gli attriti - si può avere un'idea dell'estensione delle superfici di scorrimento fra le particelle di polvere. Quando la densità è di circa  $5,0 \text{ g/cm}^3$ , la porosità percentuale è dell'ordine del  $30 \div 35\%$ . In queste condizioni si può ammettere che la dimensione media dei pori sia compresa fra un decimo e un quindicesimo della dimensione media delle particelle. Pertanto, se la dimensione tipica di queste è di  $0,1 \text{ mm}$ , il diametro medio equivalente dei pori, supposti sferici per semplicità, sarà dell'ordine di  $0,00083 \text{ cm}$ . Poiché il volume totale della porosità, in un pressato di  $70 \text{ g}$  a densità  $5,0 \text{ g/cm}^3$  è di circa  $4,7 \text{ cm}^3$ , si possono ricavare i seguenti dati:

- volume medio di un poro  $3,03 \times 10^{-10} \text{ cm}^3$ ,
- diametro medio del poro  $8,3 \times 10^{-4} \text{ cm}$ ,
- numero totale di pori  $1,54 \times 10^9$ ,
- superficie di un poro  $2,16 \times 10^{-6} \text{ cm}^2$ ,
- superficie totale dei pori  $3.300 \text{ cm}^2$ ,
- superficie massima di contatto fra le particelle  $65.000 - 3.300 = 61.700 \text{ cm}^2$ .

Procedendo analogamente, si possono stimare i valori corrispondenti a una massa volumica del pressato di  $7,0 \text{ g/cm}^3$ . I risultati del calcolo sono:

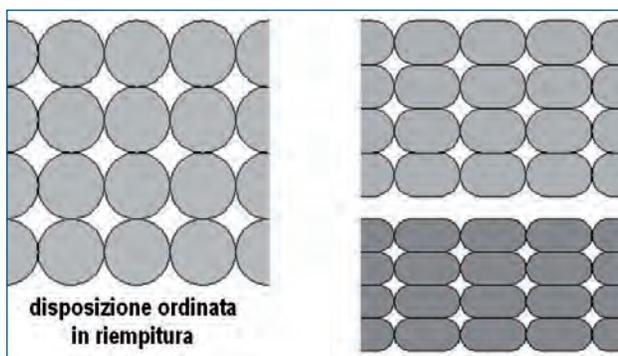
- volume medio di un poro  $1,30 \times 10^{-10} \text{ cm}^3$ ,
- diametro medio del poro  $6,3 \times 10^{-4} \text{ cm}$ ,
- numero totale di pori  $1,54 \times 10^9$ ,
- superficie di un poro  $1,25 \times 10^{-6} \text{ cm}^2$ ,
- superficie totale dei pori  $1.900 \text{ cm}^2$ ,
- superficie massima di contatto fra le particelle  $65.000 - 1.900 = 63.100 \text{ cm}^2$ .

Come si può rilevare, se la massa volumica aumenta da  $5,0$  a  $7,0 \text{ g/cm}^3$  la variazione della superficie di contatto apparente o "massima possibile", in una massa di 70 grammi di polvere di ferro (con lubrificante), è dell'ordine di grandezza del migliaio di centimetri quadrati. Pur considerando che la vera superficie di contatto e di strisciamento è una frazione

Zona di contatto Caso	Matrice/polvere A	Punzoni/polvere B	Polvere/polvere C
Deformabilità dei materiali coinvolti	Molto diverse	Molto diverse	Identiche (o molto simili)
Durezza dei materiali coinvolti	Molto diverse	Molto diverse	Identiche (o molto simili)
Affinità chimica fra i materiali	Modesta	Modesta	Molto alta
Entità degli strisciamenti	Da molto forte a nulla	Molto modesta	Da forte a molto piccola

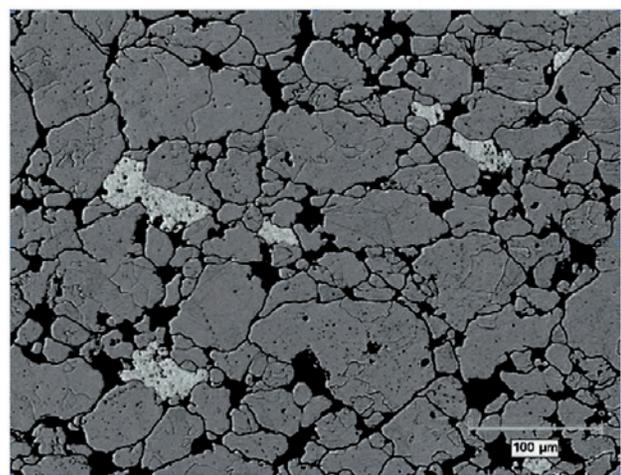
**Tabella I – Caratteristiche distintive degli accoppiamenti tribologici in pressatura**

*Table I – Distinctive characteristics of tribological coupling on compaction*



**Fig. 6 - Schematizzazione della deformazione plastica, a vari stadi, di particelle sferiche, disposte ordinatamente, per effetto di pressatura uniaassiale**

*Fig. 6 - Schematic representation of plastic deformation, at different stages, of spherical particles - neatly arranged - upon uniaxial compaction*



**Fig. 7 - Sezione di particolare pressato, con asse verticale di applicazione della pressione. I granuli in grigio chiaro sono di polvere di rame**

*Fig. 7 - Cross section of a compact, with vertical axis applied pressure. The light-grey grains are copper powder.*

piccola di quella apparente, si comprende come il suo valore sia comunque largamente superiore a quello delle superfici di contatto con lo stampo, le quali, a densità di pressatura di  $7,0 \text{ g/cm}^3$ , ammontano a:

- circa  $10 \text{ cm}^2$  fra punzoni e polvere,
- circa  $16 \text{ cm}^2$  fra matrice e polvere.

Le valutazioni approssimate che precedono fanno risaltare il ruolo del lubrificante ai fini della diminuzione della resistenza all'addensamento legata agli strisciamenti fra le particelle di polvere. Anche il peso attribuito spesso alla lubrificazione di parete sembra meritevole di un'opportuna revisione critica.

Poiché l'applicazione di pressione è uniaassiale, la deformazione plastica delle particelle non è isotropa. Se si suppone di pressare delle particelle di forma sferica, impilate ordinatamente secondo il reticolo cubico a facce centrate, la sequenza ideale della deformazione delle particelle è quella schematizzata nella Figura 6. Nella realtà, la forma delle particelle è necessariamente diversa dalla sferica e le dimensioni dei granuli costituenti il metallo o la lega prevalente sono comprese in uno spettro ampio, in genere compreso fra circa  $0,02$  e  $0,18 \text{ mm}$ .

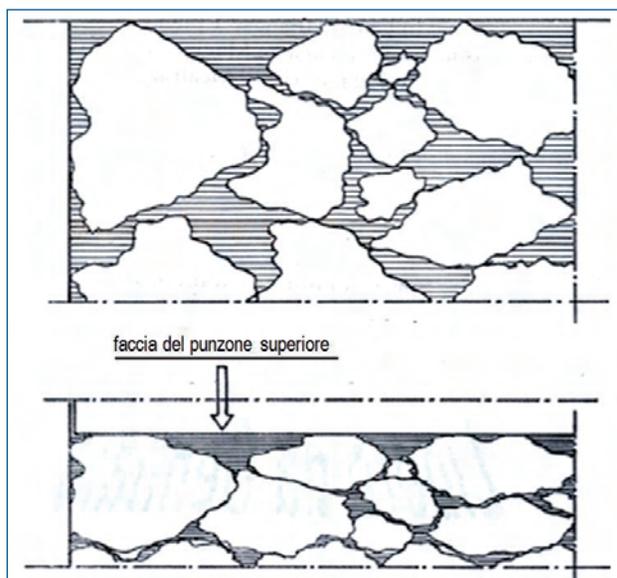
Nella Figura 7 si presenta una sezione di pressato, in

materiale ferro-rame, al 2%, ottenuto con pressatura ad asse verticale, dopo eliminazione del lubrificante per via termica. Poiché la resistenza alla deformazione plastica del rame è minore di quella del ferro, i granuli di questo metallo "schiacciano" e deformano quelli più teneri. Con un accorgimento grafico, il colore del rame è stato fatto diventare grigio chiaro. La forma allungata dei granuli di rame, ad asse prevalentemente orizzontale, è un indice evidente dell'anisotropia delle deformazioni plastiche in pressatura.

Una schematizzazione che si avvicina di più alle situazioni reali è quella illustrata in Figura 8, nella quale si notano anche i movimenti di rotazione (o riassetamento) imposti dalla pressione applicata prima di arrivare allo stadio di deformazione plastica dei materiali.

## ATTRITI SULLE PARETI DELLE MATRICI E DELLE ANIME

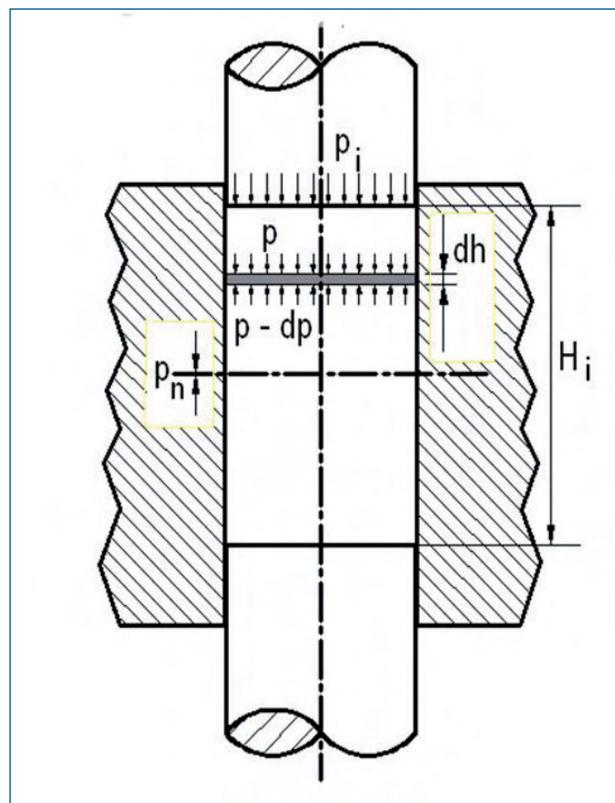
Dall'analisi delle condizioni di equilibrio di uno strato sottile di polvere, idealmente isolato, all'interno di un corpo



**Fig. 8 - Schematizzazione dell'addensamento per pressatura uniaassiale, con movimenti di riassetto prima della deformazione plastica**

*Fig. 8 - Schematic representation of densification due to uniaxial compaction, with rearranging motions before start of plastic deformation*

sottoposto a pressione assiale, Duffield e Grootenhuis, intorno alla metà degli anni '50 del secolo scorso, ricavarono la formula che descrive la variazione della pressione assiale, per effetto degli attriti alle pareti, al variare della distanza dalle facce dei punzoni. La formula venne ottenuta sulla base di un modello teorico molto semplificato, a rigore valido solo in prima approssimazione. Infatti, nello sviluppo analitico, si considera uno stato piano di tensione anche per superfici relativamente estese. Per completezza, si riporta



**Fig. 9 - Condizioni di equilibrio di uno strato sottile di polvere, all'istante  $i$ ;  $p_i$  è la pressione esercitata dal punzone superiore**

*Fig. 9 - Equilibrium conditions of a thin powder layer, at the  $i$  instant;  $p_i$  is the pressure exerted by the upper punch*

la trattazione sviluppata da Duffield e Grootenhuis. Con riferimento alla Figura 9, e con unità di misura congruenti, indichiamo con:

A	la superficie di pressatura,
u	il perimetro di contatto fra la polvere e la matrice (e le anime - o spine - eventualmente presenti),
$p_0$	la pressione, uniforme, esercitata al tempo $t$ dal punzone superiore e dal punzone inferiore (pressatura bilaterale, simmetrica, simultanea),
$p_x$	la pressione uniforme agente in senso assiale, al tempo $t$ , sulla superficie piana situata a distanza $x$ dal punzone più vicino,
dh	lo spessore infinitesimo dello strato di polvere (dh è misurato come positivo nel senso delle $x$ crescenti),
dp	la piccola diminuzione di pressione assiale nello spessore infinitesimo $dx$ , connessa all'attrito sulle pareti di contenimento laterale,
$p_r$	la pressione radiale originata da $p_x$ , e a questa direttamente proporzionale,
$\mu$	il rapporto fra la pressione radiale e la pressione assiale, al tempo $t$ ,
$H_i$	l'altezza "istantanea" del pezzo pressato al tempo $t$ ,
$p_n$	la pressione assiale minima agente al tempo $t$ ; date le condizioni di simmetria perfetta, la pressione minima è quella agente a metà dell'altezza del pezzo pressato,
f	il coefficiente d'attrito alle pareti, supposto costante nel tempo.

Affinché lo strato di polvere di spessore infinitesimo sia in equilibrio sotto l'azione delle forze applicate e delle reazioni, sia nella massa di polvere sia per attrito alle pareti, (indicando con  $dx$  lo spessore infinitesimo  $dh$ , ed eliminando, per semplicità, il pedice  $x$ ), in ogni istante deve essere rispettata la condizione

$$A p = A(p - dp) + f \mu \left( p - \frac{dp}{2} \right) u dx \quad (1)$$

cioè

$$A dp = f \mu p u dx - f \mu \frac{dp}{2} u dx \quad (1')$$

Poiché si può ammettere che sia  $dp \cdot dx \ll dp$  e  $dp \cdot dx \ll dx$ , e considerando inoltre che, quando la distanza  $x$  fra la faccia del punzone superiore e lo strato di polvere aumenta, la pressione  $p$  diminuisce, con una serie di semplici passaggi la soluzione della relazione (1') porta a una formula di tipo esponenziale:

$$p_n = p_0 \exp\left(-f \mu \frac{uH}{2A}\right) \quad (2)$$

nella quale

$p_n$  è la pressione assiale agente sul piano di mezzeria, o piano "neutro" (pressatura bilaterale simmetrica).

In corrispondenza di questo piano, nel caso ideale di pressatura simmetrica bilaterale e simultanea perfetta, non si ha strisciamento della polvere sulla parete della matrice,

$p_0$  è la pressione assiale applicata dal punzone superiore a fine pressatura.

La relazione (2) ci dice che il decremento della pressione assiale è funzione crescente del coefficiente d'attrito e del rapporto fra pressione radiale e pressione assiale. Se si diagramma, su scala logaritmica, il rapporto  $p_n/p_0$ , in funzione del rapporto delle dimensioni  $H/D$ , essendo  $D$  il diametro di cilindretti pieni, si ottengono delle rette di pendenza crescente al crescere del coefficiente d'attrito. A titolo di esempio, se il rapporto fra altezza e diametro del cilindro è uguale a 10 e se il coefficiente d'attrito si può assumere costante e uguale a 0,10, la pressione assiale agente a metà dell'altezza scende al 30 % di quella applicata. E' evidente che la diminuzione della pressione assiale è molto più forte nel caso di particolari con foro, specialmente se le pareti sono sottili. In casi del genere, la densità a metà dell'altezza del pressato, cioè nella zona cosiddetta "neutra", può essere tanto bassa da rendere problematiche le manipolazioni dei pezzi "al verde". Inoltre, nella pressatura di boccole cilindriche a parete sottile, può diventare obbligata la scelta di una distribuzione di densità non simmetrica. In determinate condizioni, infatti, la parte

iniziale della corsa di estrazione, in realtà, contribuisce a completare l'addensamento della parte inferiore. Tornando ora alla formula (2), poiché una delle ipotesi di partenza è stata la costanza della pressione assiale su una qualsiasi sezione orizzontale o faccia di punzone considerata, la legge di variazione che essa esprime corrisponde alla realtà fisica solo nel caso di valori elevati del rapporto fra la superficie di attrito e quella di pressatura. Questa restrizione non è penalizzante, poiché la condizione di buona aderenza alla realtà - o di scarso scostamento da essa - è quella tipica delle geometrie di pressati che possono richiedere, per l'addensamento, pressioni relativamente elevate.

Gli incrementi delle pressioni, rispetto ai valori tipici delle curve di comprimibilità sono funzione dall'estensione dell'area delle superfici laterali. A titolo di esempio, nella figura 10 si riportano gli andamenti della pressione assiale, in funzione dell'altezza, per diverse geometrie e per tre valori del coefficiente d'attrito, con rapporto fra pressione radiale e pressione assiale uguale a 0,60, conformemente al risultato sperimentale di Bockstiegel, [31]. Come si può osservare, la pressione assiale nella zona cosiddetta "neutra", cioè a metà dell'altezza del pressato, in funzione della geometria del particolare e del coefficiente d'attrito esterno, può anche scendere a meno della metà di quella esercitata dai punzoni.

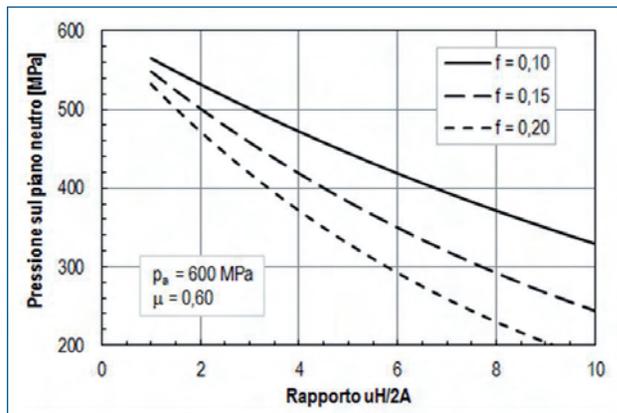
L'utilizzazione della relazione (2) per valutare gli effetti dell'attrito sulla massa volumica media dopo pressatura richiede l'introduzione di una legge di corrispondenza fra pressione e massa volumica. Per semplicità, si può considerare applicabile la relazione semiempirica [32]

$$\gamma = a - b p_0 + c \sqrt{p_0} \quad (3)$$

nella quale  $a$ ,  $b$  e  $c$  sono parametri sperimentali, caratteristici di una determinata miscela di polveri, che possono essere ricavati da tre coppie di valori associati della pressione e della massa volumica,  $\gamma$ .

All'interno del campo esplorato sperimentalmente è possibile prevedere, con ottima approssimazione, le masse volumiche ottenibili alle varie pressioni.

Qualsiasi estrapolazione, al contrario, richiede cautela. Può, infatti, accadere che, estrapolando la (3) oltre determinate pressioni, non necessariamente molto discoste dagli estremi del campo sperimentale, si pervenga a dei risultati fisicamente discutibili o, almeno a prima vista, sorprendenti. Se ora si ammette che la relazione (3), applicata con successo a spessori finiti, sia applicabile anche a strati molto sottili di polveri, ferme restando le ipotesi limitative precedenti, diventa possibile trovare la relazione analitica che lega la massa volumica media alla geometria del pezzo pressato, al rapporto fra le pressioni  $\mu$  e al coefficiente d'attrito  $f$ , supposto costante. Nell'ambito delle ipotesi fatte, se si indica con  $x$  la distanza fra il piano considerato e la faccia di punzone più vicina, la massa volumica media  $\gamma_m$  deve essere data dalla funzione integrale



**Fig. 10 - Pressione assiale nella sezione neutra del pressato (cioè a metà dell'altezza), per pressione assiale di 600 MPa esercitata dal punzone superiore**

*Fig. 10 - Axial pressure acting on the neutral zone of the compact (i.e. at half height), for 600 MPa axial pressure exerted by the upper punch*

$$\gamma_m = \frac{2}{H} \int_0^{H/2} \gamma_x dx = \frac{1}{L} \int_0^L \gamma_x dx \quad (4)$$

Per semplicità di scrittura, e ricordando che si considera un addensamento bilaterale simmetrico, è preferibile fare riferimento a  $L = H/2$ . Se s'inserisce l'espressione (4) nella (3), si ottiene

$$\gamma_m = \frac{1}{L} \left[ \int_0^L a dx - \int_0^L b p dx + \int_0^L c \sqrt{p} dx \right] \quad (5)$$

nella quale  $p$  è la pressione agente, dall'alto, sullo strato di spessore infinitesimo  $dx$  situato a distanza  $x$  dalla faccia inferiore del punzone superiore. La relazione (5) si può scrivere nella forma

$$\gamma_m = \frac{a}{L} \int_0^L dx - \frac{b}{L} \int_0^L p dx + \frac{c}{L} \int_0^L \sqrt{p} dx \quad (5')$$

Secondo la (2), a un'ordinata generica  $x$ , è

$$p = p_0 \exp\left(-f\mu \frac{ux}{A}\right)$$

e, pertanto, la relazione (5') può essere modificata come segue

$$\gamma_m = a - \frac{b p_0}{L} \int_0^L e^{-f\mu \frac{ux}{A}} dx + \frac{c \sqrt{p_0}}{L} \int_0^L e^{-f\mu \frac{ux}{2A}} dx \quad (6)$$

Dalla soluzione della (6), per integrazione, si ottiene:

$$\gamma_m = a + \frac{b^* p_0}{Lu} \frac{A}{f\mu} \left[ e^{-f\mu \frac{ux}{A}} \right]_0^L - \frac{c^* \sqrt{p_0}}{Lu} \frac{2A}{f\mu} \left[ e^{-f\mu \frac{ux}{2A}} \right]_0^L \quad (7)$$

nella quale i simboli  $b^*$  e  $c^*$ , rispettivamente, differiscono da  $b$  e  $c$  poiché, rispetto a questi ultimi, non inglobano i valori che caratterizzano il prodotto  $f\mu$  e il rapporto fra le superfici. In questo modo, la soluzione della (7) diventa

$$\gamma_m = a + \frac{b^* p_0}{Lu} \frac{A}{f\mu} \left[ e^{-f\mu \frac{uL}{A}} - 1 \right] - \frac{c^* \sqrt{p_0}}{Lu} \frac{2A}{f\mu} \left[ e^{-f\mu \frac{uL}{2A}} - 1 \right] \quad (8)$$

A prima vista, la formula (8) può apparire piuttosto complicata. Essa, però, può essere resa relativamente più semplice, raggruppando opportunamente alcune grandezze che figurano sia nelle frazioni fuori parentesi sia come esponenti. I rapporti fra superfici e il prodotto del coefficiente d'attrito per il rapporto fra pressione radiale e pressione assiale si possono, infatti, conglobare in due grandezze adimensionali,  $K_1$  e  $K_2$ , così definite

$$K_1 = f\mu, \quad K_2 = \frac{uH}{2A} \quad (9)$$

In questo modo, la (8) si può modificare come segue:

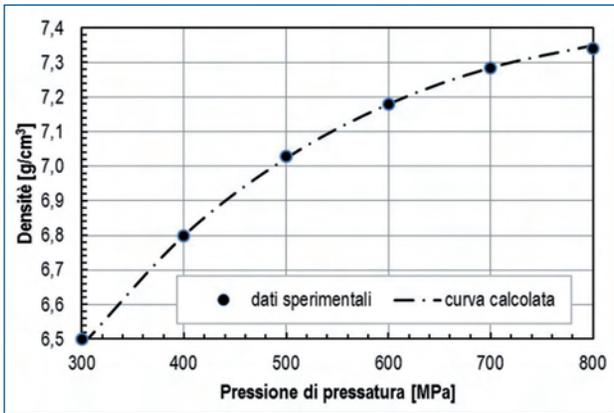
$$\gamma_m = a - \frac{b^* p_0}{K_1 K_2} \left[ e^{-K_1 K_2} - 1 \right] + \frac{2c^* \sqrt{p_0}}{K_1 K_2} \left[ e^{-\frac{K_1 K_2}{2}} - 1 \right] \quad (10)$$

A titolo di esempio, consideriamo i risultati della prova di comprimibilità di una polvere di ferro puro, di buona comprimibilità, lubrificata in massa con 0,6% di stearato di zinco. I risultati sperimentali e la curva calcolata applicando l'equazione (3), per pressioni di 400, 600 e 800 MPa, sono riportati nella Figura 11.

L'equazione della curva di comprimibilità è

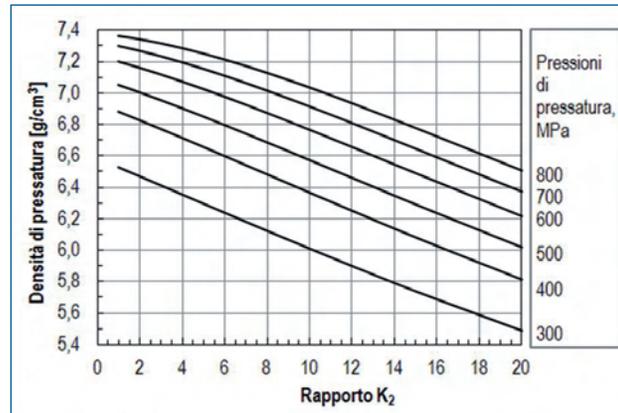
$$\gamma = 2,763 - 0,00479 p_0 + 0,29765 \sqrt{p_0}$$

Nella Tabella II sono elencate le caratteristiche fisico-geometriche dei cilindretti pressati per tracciare la curva di comprimibilità. Nella Figura 12 sono riportate le curve ottenute mediante la relazione (10) per diagrammare le densità di pressatura della stessa miscela, a diverse pressioni, in funzione del rapporto fra superfici  $K_2$ . Infine, in Figura 13, sono diagrammate le curve delle densità per diversi valori di  $K_2$ . La curva più in alto è quella della comprimibilità in condizioni di prova standard. Come si può notare, la geometria dei particolari da pressare può influire significativamente sulle pressioni da esercitare in pressatura per raggiungere una determinata densità. Per tracciare le varie curve sono state utilizzate le relazioni



**Fig. 11 - Risultati sperimentali e curva di comprimibilità di una polvere di ferro, ad alta comprimibilità, lubrificata in massa con 0,5% di stearato di zinco**

Fig. 11 - Experimental results and compressibility curve of a bulk-lubricated (0.5% w, zinc stearate) high-compressibility iron powder



**Fig. 12 - Influenza del rapporto  $K_2$  sulla densità di pressatura di una polvere di ferro ad alta comprimibilità, lubrificata con 0,6% di stearato di zinco**

Fig. 12 - Influence of  $K_2$  ratio on the compaction density of a bulk-lubricated (0.6% w, zinc stearate) high-compressibility iron powder

Pressione MPa	Densità g/cm <sup>3</sup>	Volume cm <sup>3</sup>	Respiro %	Diametro mm	Area A mm <sup>2</sup>	Altezza mm	Area S mm <sup>2</sup>	Rapporto $K_2$
300	6,500	10,769	0,09	25,023	491,76	21,90	1721,53	1,75
400	6,800	10,294	0,12	25,030	492,05	20,92	1645,08	1,67
500	7,030	9,957	0,15	25,038	492,35	20,22	1590,79	1,62
600	7,180	9,749	0,18	25,045	492,64	19,79	1557,09	1,58
700	7,285	9,609	0,21	25,053	492,94	19,49	1534,18	1,56
800	7,340	9,537	0,24	25,060	493,23	19,34	1522,23	1,54

**Tabella II - Caratteristiche fisico-geometriche dei cilindretti pressati per tracciare la curva di comprimibilità di una polvere di ferro, molto comprimibile, lubrificata in massa con 0,6% di stearato di zinco**

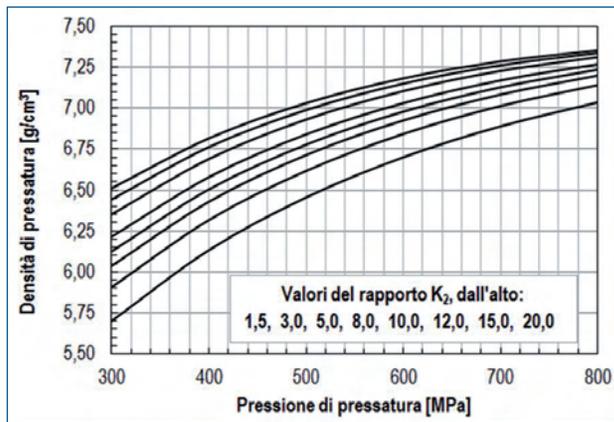
Table II - Physical and geometrical characteristics of the small cylinders compacted to plot the compressibility curve of a bulk-lubricated (0.6% w, zinc stearate) high-compressibility iron powder

$$b^* = b \frac{K_1 K_2}{e^{-K_1 K_2} - 1} \quad c^* = \frac{c}{2} \frac{K_1 K_2}{\frac{K_1 K_2}{2} - 1} \quad \mu = 0,0005 p_a + 0,3219 \quad f \mu = 0,1$$

La relazione fra pressione radiale e pressione assiale è basata sui risultati sperimentali di Bockstiegel e Hewing [31] e di Ernst [33, 34], poi confermati da altri sperimentatori. In tutte le ricerche sperimentali sulla pressatura è stato riscontrato che il coefficiente d'attrito fra polvere in addensamento e superfici degli stampi, per miscele lubrificate in massa, diminuisce all'aumentare della pressione di pressatura [33, 34].

## ATTRITI SULLE FACCE DEI PUNZONI PER FORME CIRCOLARI PIENE

Nella pressatura di un cilindro di altezza molto maggiore delle dimensioni medie delle particelle di polvere, (orientativamente > 100 volte), la distribuzione della pressione assiale è caratterizzata da valori massimi in periferia e da un tratto a pressione costante, di estensione tanto maggiore quanto maggiore è il raggio. Questa distribuzione, rilevata sperimentalmente, si può spiegare tenendo conto del vincolo rappresentato dall'incrocio fra superfici orizzontali e verticali dello stampo di pressatura, con conseguente limitazione delle possibilità di spostamento, nelle varie direzioni, delle particelle di polvere situate negli strati periferici. Al contrario, i granelli a distanza sufficientemente elevata dalle pareti di confinamento,



**Fig. 13 - Curve della densità di pressatura per diversi valori del rapporto  $K_2$ ; polvere di ferro ad alta comprimibilità, lubrificata con 0,6% di stearato di zinco**  
 Fig. 13 - Curves of compaction density for different values of  $K_2$  ratio; bulk-lubricated (0.6 % w. zinc stearate) high-compressibility iron powder

soprattutto verticali, sono ostacolati nel movimento da quelli circostanti, di uguale rigidità e resistenza alle deformazioni plastiche. In queste condizioni, la resistenza che si oppone agli spostamenti è minore, con conseguente riduzione della pressione assiale sul punzone che comprime la polvere. Uno schema della distribuzione delle pressioni assiali per cilindri "non bassi o sottili" è rappresentato in Figura 14.

Ovviamente, una simile distribuzione di pressioni assiali s'instaura anche nello spessore di parete di un cilindro cavo, purché le dimensioni orizzontali e verticali siano elevate rispetto a quelle delle particelle di polvere.

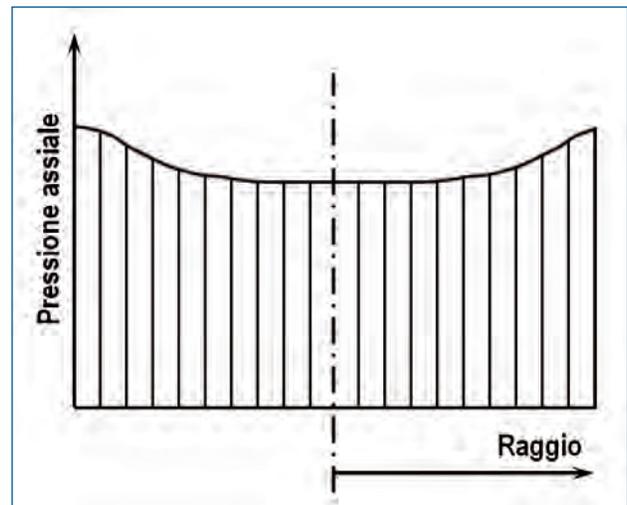
La distribuzione delle pressioni cambia sostanzialmente quando le dimensioni del particolare da addensare sono limitate in altezza e, quindi, fanno diminuire la possibilità di spostamento delle particelle, cioè quella che potremmo chiamare, in analogia con la medicina, la loro "motilità".

Per cercare di determinare la distribuzione delle pressioni assiali nel caso della formatura mediante pressatura di pezzi di altezza piccola, consideriamo le condizioni di equilibrio di un volume elementare di polvere durante l'addensamento. Supponiamo che la sezione del pezzo in pianta sia circolare e che la pressatura sia bilaterale, simultanea e simmetrica. Con riferimento alla Figura 15, sia  $H$  lo spessore del pezzo pressato.

Se si isola un conchio di materiale di dimensioni piccole, sia in senso radiale che tangenziale, e se si indica con  $f$  il coefficiente d'attrito fra le facce dei punzoni e la polvere, la condizione di equilibrio fra le tensioni agenti è espressa dalla relazione [35]:

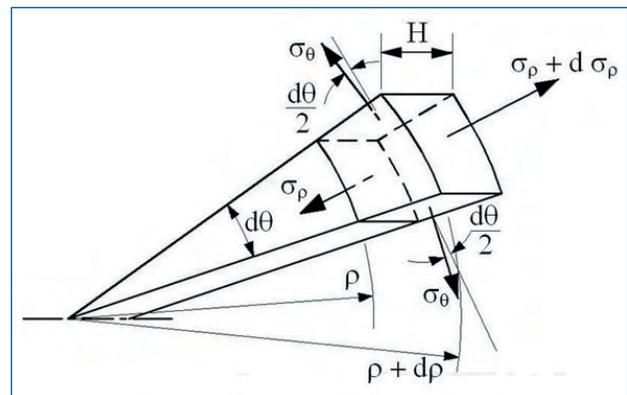
$$\sigma_r H r d\theta + 2\sigma_\theta H dr \sin \frac{d\theta}{2} = 2fpr d\theta dr + (\sigma_r + d\sigma_r) H (r + dr) d\theta \quad (11)$$

Sia  $d\theta$  che  $dr$  sono sufficientemente piccoli, così da poter trascurare ogni variazione della pressione, nelle corrispondenti direzioni, sulle facce orizzontali del conchio elementare. Pertanto, si può ammettere che sia  $\sin d\theta = d\theta$ .



**Fig. 14 - Schema della distribuzione delle pressioni assiali agenti sulla faccia di un cilindro di altezza molto maggiore della dimensione tipica dei granuli di polvere**

Fig. 14 - Scheme of the distribution of axial pressures acting on the face of a cylinder having height much larger than the typical dimension of powder particles



**Fig. 15 - Sollecitazioni agenti su un conchio elementare, isolato da un disco sottile di polvere, durante la pressatura**

Fig. 15 - Stresses acting on a small "elemental" quoin, isolated from a thin powder disk, during compaction

Se si divide l'equazione (11) per  $d\theta$ , si ottiene

$$\sigma_r H r + \sigma_\theta H dr = 2fpr dr + H (\sigma_r r + \sigma_r dr + r d\sigma_r + dr d\sigma_r) \quad (12)$$

cioè, trascurando gli infinitesimi di ordine superiore,

$$\sigma_r H r + \sigma_\theta H dr = 2fpr dr + \sigma_r H r + \sigma_r H dr + r H d\sigma_r \quad (12')$$

La (12') si può semplificare come segue

$$(\sigma_\theta - \sigma_r) H dr = 2fpr dr + r H d\sigma_r$$

ed anche, dividendo per  $r$  e cambiando di segno,

$$H d\sigma_r + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} H dr = -2fpr \quad (13)$$

Da questa relazione, dividendo per lo spessore  $H$ , si ottiene

$$d\sigma_r + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} dr = -\frac{2f\rho}{H} dr \quad (13')$$

cioè

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -2 \frac{f\rho}{H} \quad (13'')$$

Per ragioni d'isotropia, nelle direzioni ortogonali a quella di azione della pressione applicata, si può ammettere che, in un qualsiasi piano orizzontale, sia  $\sigma_r = \sigma_\theta$ . Con questa assunzione, la (13'') si può semplificare, e scrivere

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = -\frac{2f\rho}{H} \quad (14)$$

nella quale:

$\sigma_r$  è la sollecitazione principale agente in senso radiale o tangenziale,

$\rho$  è la pressione agente in senso assiale, il cui valore dipende dal punto considerato, cioè dalla posizione del piccolo elemento di volume lungo il raggio.

Può essere opportuna, a questo punto, una breve digressione sull'apparente incongruenza fra le dimensioni del concio cosiddetto elementare, due delle quali,  $dr$  e  $d\theta$ , sono infinitesime, mentre una, l'altezza  $H$ , è finita. La geometria considerata, inoltre, sembra essere in contrasto, almeno a prima vista, con la trattazione sviluppata in [35] e [36], dove è stata espressamente considerata la variazione di pressione, in senso assiale, fra due piani orizzontali situati a distanza piccola,  $dh$ . In realtà, per un qualsiasi piano orizzontale all'interno della massa di polvere in addensamento, a distanza sufficientemente elevata dalle facce dei punzoni, la distribuzione delle pressioni assiali può essere approssimata da un andamento costante. La distribuzione di pressioni sulle facce a contatto dei punzoni, invece, è univocamente determinata dall'attrito sulle facce stesse. Le leggi di variazione in senso radiale hanno andamenti dipendenti da diversi fattori, fra i quali certamente importante è la distanza dalle facce di estremità. Nel caso di spessori assiali elevati, chiaramente, l'assunzione di una pressione radiale costante è inaccettabile, e dovrebbe essere sostituita, più correttamente, da una funzione integrale. Per altezze relativamente piccole, invece, la variazione delle pressioni radiali lungo l'altezza può essere considerata trascurabile. Pertanto, la condizione di equilibrio espressa dalla (14) si può ritenere lecita per  $H$  sufficientemente piccola.

Fra la pressione radiale e quella assiale (di valore univocamente determinato) sussiste il rapporto di proporzionalità [31, 33, 34, 37]:

$$p_r = \mu p_a \quad (\text{con } \mu = \mu(p_a) < 1 \text{ e } \mu = \mu(p_a)).$$

Pertanto, ricordando anche l'uguaglianza tra le tensioni e le pressioni locali, e indicando con  $p$ , per semplicità, la pressione assiale, la formula (14) può essere modificata come segue:

$$\mu \frac{dp}{dr} = -2 \frac{f\rho}{H} \quad (15)$$

cioè anche

$$\frac{dp}{dr} = -2 \frac{f\rho}{\mu H} \quad (15')$$

L'integrale indefinito della relazione (15') è

$$\ln p = -2 \frac{f}{\mu H} r \quad (16)$$

cioè

$$p = p_0 \exp\left(-2 \frac{f}{\mu H} r\right) \quad (17)$$

in cui

$p$  è la pressione assiale che agisce sulla polvere a distanza  $r$  dal centro della figura,

$p_0$  è la pressione assiale che agisce al centro dell'area di pressatura, cioè per  $r = 0$ .

Se ora s'introducono due parametri adimensionali, uno dei quali di natura fisica,  $M_1 = 2f/\mu$ , e uno di natura geometrica,  $M_2 = r/H$ , la relazione (17) può essere scritta nella forma

$$p = p_0 \exp(-M_1 M_2) \quad (18)$$

Le equazioni (17) e (18) indicano che la pressione assiale sulla faccia della polvere in addensamento decresce lungo il raggio, con legge logaritmica. Il valore massimo è presente al centro, mentre il valore minimo si raggiunge sulla circonferenza. Il gradiente della pressione, in senso radiale, dipende da:

1. coefficiente di attrito tra le facce del punzone e la polvere di addensamento,
2. rapporto tra la pressione radiale e quella assiale,
3. geometria del pezzo.

Si deve anche osservare che il parametro adimensionale  $M_1$  è formalmente l'inverso del parametro adimensionale  $K_1$ , che è stato trovato nella valutazione analitica dell'effetto dell'attrito tra la miscela di polvere sottoposta ad addensamento e le pareti laterali. Tuttavia, dobbiamo considerare che la lubrificazione e le condizioni e le possibilità di movimento delle particelle di polvere, nei due casi, sono sostanzialmente diverse.

Il parametro geometrico,  $M_2$ , risulta invece essere un rapporto tra due lunghezze. Anche  $M_2$  risulta essere l'inverso del parametro  $K_2$ , trovato precedentemente. Mediante applicazione della relazione (17) è stato costruito il grafico di Figura 16. Le due grandezze  $f$  e  $\mu$  variano, con leggi diverse, in funzione della pressione di pressatura; la variazione più forte riguarda il coefficiente d'attrito che, per polveri lubrificate in massa, può diminuire da 0,2 a 0,05 al crescere di  $p$ , mentre, nello stesso campo,  $\mu$  aumenta da circa 0,5 a quasi 0,7 [31, 33, 34].

A titolo di esempio, nel caso di un dischetto di 32 mm di diametro e 2 mm di altezza, il rapporto  $r/H$  è uguale a 8,0. Se s'ipotizza un valore medio del rapporto  $f/\mu$ , secondo il grafico di figura 16 la pressione assiale agente nella zona più esterna è uguale al 20% di quella agente al centro, per scendere al 2% se  $r/H$  diventa uguale a 20.

Per individuare i limiti e le imprecisioni derivanti dalle

assunzioni fatte sarebbe necessaria una sperimentazione specifica, su dischetti di spessori progressivamente più sottili e in condizioni diverse di lubrificazione delle facce dei punzoni. Inoltre, per tener conto delle variazioni eventuali del coefficiente d'attrito, le verifiche sperimentali dovrebbero essere ripetute a pressioni diverse. Indipendentemente dall'eventuale indagine sperimentale, è nota la difficoltà di rispettare tolleranze ristrette di planarità sulle facce di dischi sottili, i quali presentano sistematicamente dei rigonfiamenti al centro (in genere dell'ordine di pochi centesimi di millimetro). I rigonfiamenti sono la replica di diversi cedimenti elastici locali dei punzoni, conseguenza di diversità fra stati tensionali locali.

## DISTRIBUZIONE DELLA PRESSIONE ASSIALE NEL CASO DI FORME CIRCOLARI PIENE

Se si indica con  $F$  la forza esercitata dal punzone superiore a fine pressatura, la pressione media,  $p_m$ , che agisce in senso assiale su un dischetto di raggio  $a$ , è data da

$$p_m = \frac{F}{\pi a^2} \quad (19)$$

Se si considera che la pressione assiale varia al variare del raggio, deve essere anche

$$F = \int_0^a p 2\pi r dr \quad (20)$$

e, quindi, deve sussistere l'eguaglianza

$$p_m \pi a^2 = 2\pi \int_0^a p r dr \quad (21)$$

Se s'insertisce nella (21) l'espressione della pressione locale  $p$  data dalla (18) e si divide per  $\pi$  si ottiene

$$p_m a^2 = 2p_0 \int_0^a r \exp(-M_1 M_2) dr \quad (22)$$

cioè anche, ricordando la definizione di  $M_2$ ,

$$p_m = \frac{2p_0}{a^2} \int_0^a r \exp\left(-\frac{M_1}{H}\right) r dr \quad (22')$$

Per semplicità formale, poniamo

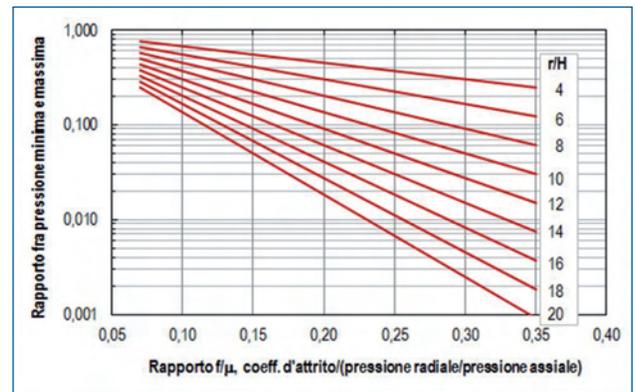
$$b = \frac{M_1}{H} \quad (23)$$

Si ha allora, dalla (22'),

$$p_m = \frac{2p_0}{a^2} \int_0^a r \exp(-br) dr \quad (24)$$

e anche

$$\frac{p_m a^2}{2p_0} = \int_0^a r \exp(-br) dr \quad (25)$$



**Fig. 16 - Rapporti fra pressione assiale minima (sul raggio esterno) e pressione assiale massima (al centro del dischetto) secondo l'equazione (17)**

*Fig. 16 - Ratios between minimum axial pressure (on the outside radius) and maximum axial pressure (at the center of the small disk), according to equation (17)*

L'integrale al secondo termine della (25) si risolve come segue

$$\int_0^a r \exp(-br) dr = \left[ \frac{\exp(-br)}{b^2} (br + 1) \right]_0^a \quad (26)$$

cioè

$$\begin{aligned} \int_0^a r \exp(-br) dr &= \frac{1}{b^2} \left[ -(br + 1) \exp(-br) \right]_0^a = \\ &= \frac{1}{b^2} \left[ 1 - (ba + 1) \exp(-ba) \right] \end{aligned} \quad (26')$$

Se s'insertisce nella (26') la soluzione dell'integrale, si ottiene

$$p_0 = p_m \frac{a^2 b^2}{2 \left[ 1 - (ba + 1) \exp(-ba) \right]} \quad (27)$$

cioè, essendo  $bH = M_1$ , e indicando con  $M_{2max}$  il valore corrispondente al raggio del disco,

$$p_0 = \frac{p_m M_1^2 M_{2max}^2}{2 \left[ 1 - (M_1 M_{2max} + 1) \exp(-M_1 M_{2max}) \right]} \quad (27')$$

Questa formula stabilisce la relazione fra la pressione media e la pressione massima, agente al centro del disco. In modo analogo alle indicazioni fornite dalla formula (19), a parità di pressione media il valore massimo dipende dalla geometria e dal coefficiente d'attrito. Può essere interessante cercare di vedere graficamente come varia la pressione massima al centro del disco in funzione dei valori di  $M_1$  e  $M_2$ . Gli andamenti sono diagrammati in figura 17. Come si può osservare, la pressione massima calcolata al centro del dischetto aumenta fortemente al diminuire del rapporto fra spessore e raggio. L'influenza del rapporto  $M_1$  ( $M_1 = 2f/\mu$ ) è rilevante: a parità di  $M_{2max}$  ( $M_{2max} = a/H$ , essendo  $a$  il raggio esterno del disco "sottile"), il valore

della pressione massima al centro potrebbe teoricamente crescere fino a diventare 4 o 5 volte maggiore della pressione media. Si deve inoltre osservare che sono stati presi in considerazione valori di  $M_1 < 0,4$ , ricordando che il coefficiente d'attrito diminuisce all'aumentare della pressione esercitata sulla polvere lubrificata. Ovviamente, le curve di figura 17 non possono trovare riscontro integrale nella realtà, poiché si deve supporre che le zone più fortemente caricate dei punzoni, deformandosi elasticamente – date le caratteristiche di rigidità non infinita degli acciai per punzoni – tendano a coinvolgere quelle adiacenti, meno sollecitate, con una certa tendenza alla riduzione delle differenze fra sollecitazioni locali. Le deformazioni di tipo lenticolare che si registrano su piastre o dischi sottili – cui si è fatto già riferimento – si possono considerare una conferma indiretta di questa ipotesi. Per un determinato raggio  $r^*$  ( $0 < r^* < a$ ), la pressione assiale deve avere un valore coincidente con quello medio individuato dalla (22). In base alle (19), (21) e (22), per  $r = r^*$  deve essere

$$p_{r^*} = p_0 \exp\left(-M_1 \frac{r^*}{H}\right) = p_m \quad (28)$$

Se s'inserisce nella (28) l'espressione di  $p_0$  data dalla (27'), si ricava

$$\frac{p_m M_1^2 M_{2\max}^2 \exp\left(-M_1 \frac{r^*}{H}\right)}{2\left[1 - (M_1 M_{2\max} + 1)\exp(-M_1 M_{2\max})\right]} = p_m \quad (29)$$

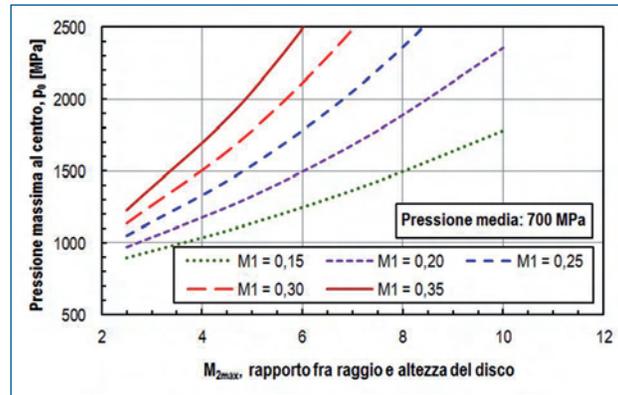
dalla quale, eliminando l'esponenziale e il fattore comune  $p_m$ , si ottiene

$$\frac{r^*}{H} = \frac{1}{M_1} \ln \frac{M_1^2 M_{2\max}^2}{2\left[1 - (M_1 M_{2\max} + 1)\exp(-M_1 M_{2\max})\right]} \quad (30)$$

La legge di variazione della posizione di  $r^*$  al variare delle grandezze significative è riportata nella Figura 18.

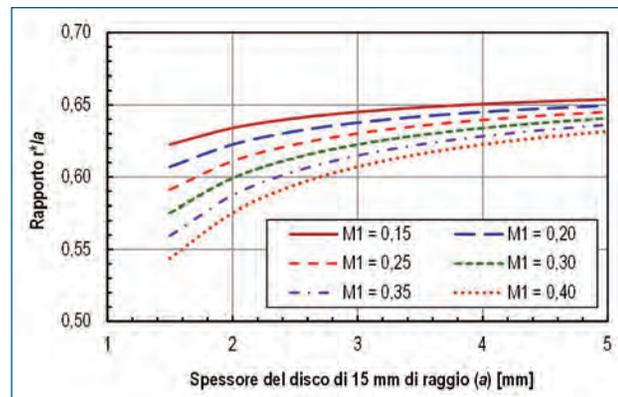
Come si può notare, il raggio  $r^*$  tende ad avvicinarsi al centro del disco al crescere del coefficiente d'attrito e al diminuire dello spessore. Il campo di variazione, comunque, è relativamente modesto: da 0,54 a 0,66.

Come già osservato, il profilo deformato che si rileva sulle facce dei dischi sottili pressati è una "replica" della deformazione – a fine pressatura – della faccia piana del punzone corrispondente. Solo a titolo di esempio, una bombatura di 0,05 mm rilevata su un pezzo su cui ha agito un punzone lungo 100 mm, corrisponde a un differenziale di sollecitazione assiale dell'ordine di 100 MPa. Questa considerazione autorizza a supporre che, per effetto dei diversi cedimenti elastici locali dei punzoni, il raggio effettivo della zona di pressato in cui la pressione locale è maggiore di quella media, sia sensibilmente maggiore di  $r^*$ . In prima approssimazione, in mancanza di altre indicazioni, immaginiamo di dividere in due aree equivalenti la corona circolare definita dai raggi  $r^*$  e  $a$  e di supporre che la zona



**Fig. 17 - Variazione della pressione massima al centro di un disco sottile in funzione del rapporto fra raggio e altezza.**

*Fig. 17 - Variation of the maximum pressure, at the centre of a thin disk, as a function of the ratio between radius and height*



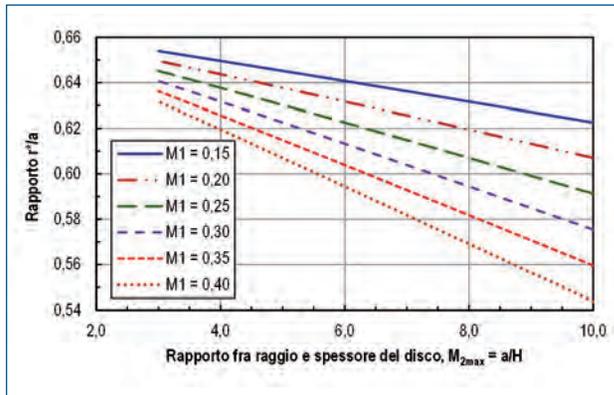
**Fig. 18 - Posizione del raggio  $r^*$  ( $r^* = r/a$ ), in cui la pressione assiale è uguale a quella media, in funzione dello spessore del disco "sottile" di raggio  $a$  uguale a 15 mm**

*Fig. 18 - Position of the radius  $r^*$  ( $r^* = r/a$ ), where the axial pressure equals the average one, as a function of the thickness of "thin" disk, with radius  $a = 15$  mm*

sogetta a pressione assiale locale maggiore o uguale di quella media comprenda il cerchio di raggio  $r^*$  e metà dell'area ad esso esterna. Sulla base del fascio di curve di figura 18, si può ammettere che, per un disco di 3 mm di spessore, mediamente, sia  $r^* = 0,62 \cdot a$ . In questo caso, l'espressione formale delle ipotesi fatte è

$$\pi \cdot 0,62^2 + \frac{1}{2}(\pi \cdot 1^2 - \pi \cdot 0,62^2) = 2,175 \text{ mm}^2 \quad (31)$$

Se si suppongono accettabili le ipotesi proposte, si arriva alla conclusione che la pressione "efficace" agisce su un'area che è indicativamente uguale al 70% di quella geometrica del pressato. Caso per caso, le curve di figura 18 permettono di ricavare indicazioni meno approssimate. Come mostra la Figura 19, all'aumentare del rapporto  $a/H$ , cioè al diminuire



**Fig. 19 - Posizione del raggio in cui la pressione assiale locale è uguale a quella media, in funzione del rapporto  $M_{2max}$**

*Fig. 19 - Position of the radius where the local axial pressure is equal to the average one, as a function of  $M_{2max}$  radius*

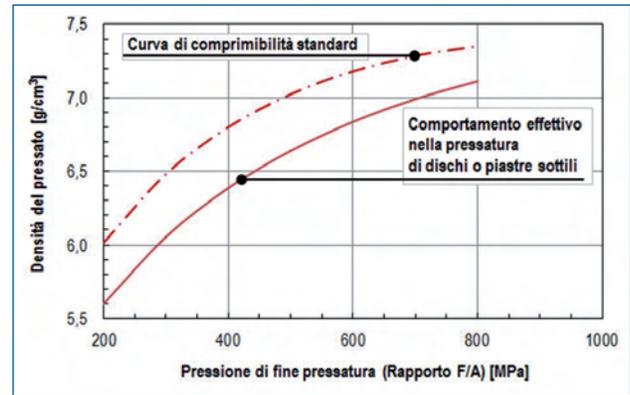
dello spessore relativo del disco, il raggio  $r^*$  tende ad avvicinarsi al centro, con legge lineare. In questo modo, diminuisce anche l'area che possiamo considerare "efficace" ai fini dell'addensamento, cioè quella in cui la pressione assiale locale è uguale o maggiore di quella media.

## DIMINUZIONI DELLA DENSITÀ MEDIA DI DISCHI SOTTILI

All'interno dei campi esplorati (variabili  $M_1$  e  $M_{2max}$ ) il rapporto fra l'area che possiamo considerare efficace ai fini dell'addensamento e quella totale varia fra 0,65 e 0,71, con un valore medio prossimo a 0,69. Data la modesta variazione, possiamo ammettere che le curve della comprimibilità effettiva siano spostate verso il basso, rispetto alla curva di figura 11, come illustrato in figura 20. In altri termini, ciò corrisponde ad ammettere che, nel caso dell'addensamento di dischi o piastre sottili, il comportamento reale della polvere peggiori, per diventare quello di una polvere meno comprimibile. Nella Figura 20 la curva della comprimibilità che possiamo definire "effettiva" è unica, ma, nella realtà, dati gli effetti di  $M_1$  e  $M_2$ , si deve immaginare l'esistenza di un fascio di curve di comprimibilità "reali", spaziate fra loro in funzione del coefficiente di attrito e del rapporto fra spessore e raggio del disco.

Un altro motivo di diminuzione della densità media nei dischi sottili è costituito dalla presenza, nelle zone piane di estremità, di due strati "limiti", nei quali la densità cresce gradualmente procedendo verso l'interno. Questi strati limiti, generati dalla ridotta motilità delle particelle direttamente a contatto delle facce dei punzoni e di quelle adiacenti, hanno spessori che dipendono dalla granulometria media della polvere impiegata [38]; il loro effetto sulla densità media è tanto maggiore quanto più sottile è il disco pressato.

La presenza di uno strato limite meno denso della media del particolare comporta tutta una serie di possibili



**Fig. 20 - Curva di comprimibilità standard e curva di comprimibilità effettiva nel caso della pressatura di dischi o piastre di piccola spessore**

*Fig. 20 - Standard and real compressibility curves when compacting low-thickness disks or plates*

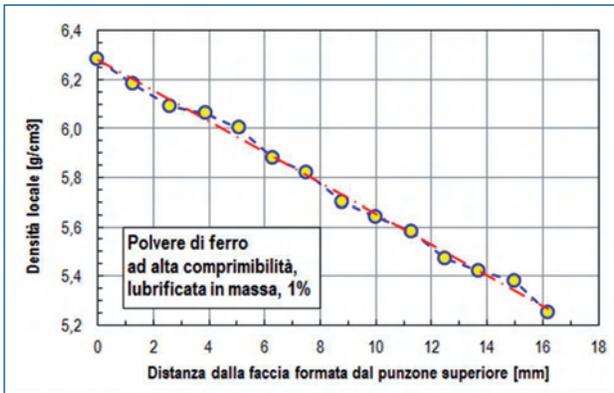
conseguenze sul comportamento meccanico in esercizio dei particolari sinterizzati.

L'approfondimento di questo aspetto, però, va oltre le finalità del presente lavoro.

## VERIFICHE SPERIMENTALI

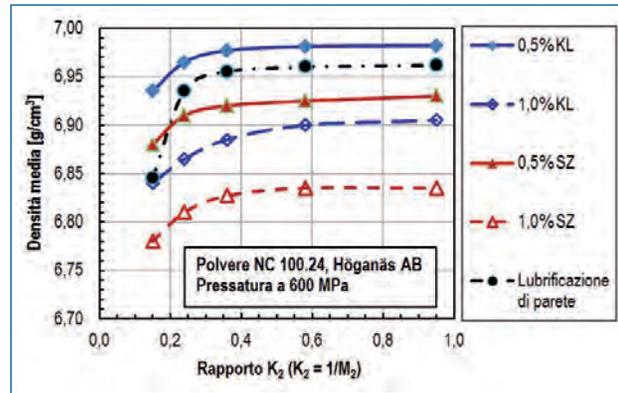
Allo studio teorico non si è accompagnata un'indagine sperimentale sulle variazioni di densità di particolari pressati (e/o sinterizzati) riconducibili alle geometrie tipiche prese in esame e agli effetti negativi delle resistenze d'attrito alle pareti. In letteratura, però, esistono alcune indicazioni che concordano con le ipotesi e gli sviluppi analitici qui esposti [38, 39]. In Figura 21, ad esempio, si riporta un grafico basato sui dati pubblicati da G. Mair, [38], relativamente ad una particolare cilindrico cavo, in ferro (polvere ad alta comprimibilità, lubrificata in massa con 1% di cera micronizzata), con altezza totale di 16 mm, ottenuto mediante pressatura unilaterale. In queste condizioni, considerando anche l'altra metà del cilindro cavo, corrispondentemente alla condizione ideale di pressatura bilaterale e simmetrica, il valore equivalente di  $K_2$  è 16. Nella figura, ogni pallino indica la densità di un anello di altezza piccola, tagliato ad una data distanza media dalla faccia di estremità più prossima. Come si può osservare, la diminuzione di densità in senso assiale presenta, con buona approssimazione, un andamento lineare. Nello stesso scritto, Mair presenta altri grafici, relativi a boccole di diversa geometria, che confermano la dipendenza della densità locale e - di conseguenza - anche di quella media, dal parametro geometrico  $K_2$ .

Inoltre, nel caso di pressatura a pressioni molto elevate (da 810 a 920 MPa), a parità di altre condizioni, le pendenze delle curve delle densità locali diminuiscono all'aumentare della pressione, ovviamente per l'effetto "di saturazione" che, a densità già molto alte, fa ridurre progressivamente l'effetto degli incrementi della pressione sugli incrementi



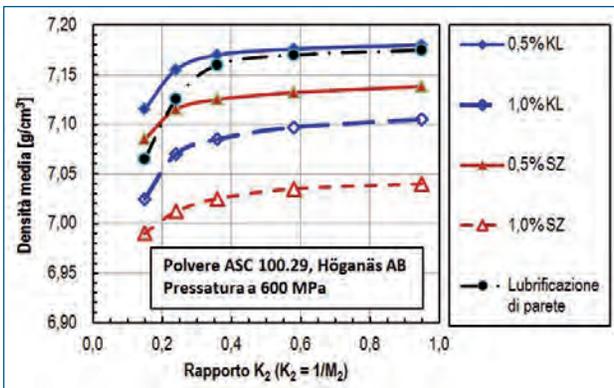
**Fig. 21 - Distribuzione delle densità, in senso assiale, in una boccaia in ferro con altezza 32 mm e  $K_2 = 16$ . (Da G. Mair, [38], ridisegnata).**

Fig. 21 - Density distribution, in axial sense, in an iron bushing, 32 mm high and having  $K_2 = 16$ . (From G. Mair, [38], redrawn)



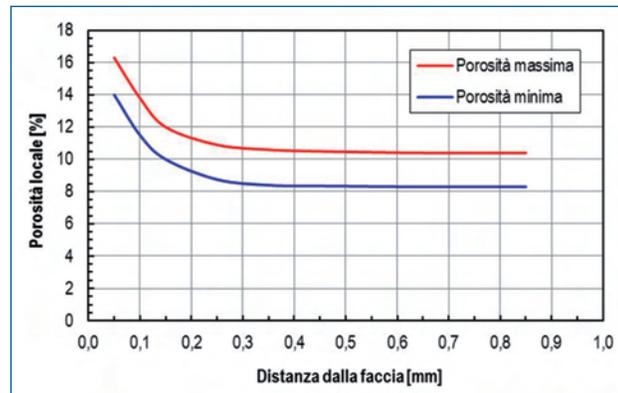
**Fig. 22 - Densità media dei dischi presinterizzati, in funzione del parametro geometrico  $K_2$ . Polvere spugna (NC 100.24 della Höganäs AB); pressione 600 MPa**

Fig. 22 - Average density of presintered disks, as a function of the  $K_2$  geometrical parameter. Sponge powder (NC 100.24, Höganäs AB); 600 MPa compaction pressure



**Fig. 23 - Densità media dei dischi presinterizzati, in funzione del parametro geometrico  $K_2$ . Polvere atomizzata (ASC 100.29 della Höganäs AB); pressione 600 MPa**

Fig. 23 - Average density of presintered disks, as a function of the  $K_2$  geometrical parameter. Atomized powder (ASC 100.29, Höganäs AB); 600 MPa compaction pressure



**Fig. 24 - Andamento della porosità nella fascia di estremità di dischi presinterizzati. Polvere di ferro atomizzata, con lubrificazione in massa o di parete**

Fig. 24 - Trend of porosity on the extremity strip of presintered disks. Atomized iron powder; bulk or wall lubrication

di densità (v. Figura 5, in cui è evidente la diminuzione del rapporto  $\Delta\gamma/\Delta p$  all'aumentare della pressione di pressatura).

Bocchini, Fontanari e Molinari, [39, 40], hanno pubblicato tutta una serie di risultati, ottenuti in una ricerca sperimentale impostata per confermare - o smentire - le conclusioni di uno studio teorico sugli effetti degli attriti in pressatura, con particolare riguardo alle possibili diminuzioni di densità nel caso di spessori sottili, [40, 41]. Nella ricerca sono stati pressati dei dischetti di 25 mm di diametro, con altezze comprese fra 1,8 e oltre 20 mm, a pressione di 600 MPa, con impiego di una polvere di ferro atomizzata (ad alta comprimibilità) e di una polvere tipo spugna, di normale comprimibilità. La lubrificazione è stata fatta in massa, a

due percentuali, o sulle pareti degli stampi.

I dischi pressati sono stati presinterizzati, per conferire al materiale una resistenza meccanica compatibile con la preparazione di provini metallografici (per l'osservazione stratigrafica della porosità). Nelle Figure 22 e 23 si riportano i grafici delle densità dei dischi presinterizzati; per confronto, sono presenti anche le curve relative alla lubrificazione di parete. KL indica il lubrificante Kenolube® (Höganäs AB), mentre SZ indica lo stearato di zinco e L.P. sta per lubrificazione di parete. Gli effetti del tipo e del tenore di lubrificante, e del parametro  $K_2$  sono evidenti. Nella Figura 24 è diagrammata la fascia delle porosità rilevata nelle zone immediatamente sottostanti una faccia di estremità di dischi presinterizzati, ottenuti da polvere

atomizzata. La fascia comprende i risultati di tutti i tipi di provini di Figura 23. Come si può osservare, lo strato limite si estende verso l'interno per circa 0,3 mm. È opportuno ricordare che la dimensione media tipica dei granuli di una polvere di ferro atomizzata è dell'ordine di 0,1 mm.

## CONCLUSIONI

Lo studio analitico sulla possibile diminuzione di densità di particolari pressati, caratterizzati da spessori relativamente piccoli, ha permesso la formulazione di equazioni che legano la densità media alle caratteristiche geometriche dei pressati, definite attraverso due parametri adimensionali,  $K_2$  e  $M_2$ , che sono funzioni delle estensioni delle superfici di pressatura e delle superfici laterali di contenimento negli stampi. Le curve di comprimibilità, ottenute mediante provini per i quali  $K_2$  è compreso, in generale, fra 1,5 e 2,0 per le polveri ferrose, consentono di fare dei confronti sulla risposta, in termini di addensamento, che un dato materiale presenta se sottoposto a pressatura. Quelle indicazioni, però, cadono in difetto nel caso di forme che non siano assimilabili a quelle, semplicissime, dei cilindretti formati per tracciare le curve di comprimibilità. Pertanto, la risposta alla domanda del titolo è una sola: quelle curve, standard, **non** sono utilizzabili per un'affidabile valutazione preventiva degli stati tensionali di elementi essenziali - matrici e punzoni - di stampi di pressatura.

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- 1] A. Squire, *Trans AIME*, 171, 485, 1947
- 2] P. W. Lee: "Pressed and Sintered Parts and Their Applications", in Chapter 4, *Powder Metallurgy, Applications, Advantages and Limitations*, Edited by E. KLAR, ASM, Metals Park, Ohio, 1983
- 3] J. Kosko. "Mechanical Properties of High-Performance Powder Metallurgy Parts", in *ASM Metals Handbook, Volume 7, Powder Metals Technologies and Applications*, ASM, Metals Park, Ohio, 1998
- 4] R. Kieffer und W. Hotop: "Sintereisen und Sinterstahl", Springer Verlag, Wien, 1948
- 5] M. Ju. Balshin, *Doklad. Akad. Nauk. SSSR*, 1949, vol. 67, 831-837
- 6] M. Ju. Balshin: "Pulvermetallurgie", Veb Wilhelm Knapp Verlag, Halle (Saale), 1954.
- 7] W. V. Knopp: "Sintered Nickel Steels - The Path to Improved Properties", *Progress in Powder Metallurgy*, Sixteenth Annual Meeting of MPIF, Chicago, 1960
- 8] G. S. Pisarenko, V. T. Troshchenko, A. Ya. Krasovskii: „Study of the Mechanical Properties of Porous Iron in Tension and Torsion“, in *Iron Powder Metallurgy*, Plenum Press, New York, 1968
- 9] H. H. Hausner: "Handbook of Powder Metallurgy", Chemical Publishing Co. Inc. New York, 1973
- 10] F. V. Lenel: "Powder Metallurgy. Principles and Applications", MPIF, Metal Powders Industries Federation, Princeton, New Jersey, 1980
- 11] Autori vari, in "Ferrous powder metallurgy materials", *ASM Metals Handbook, Ninth ed.*, Vol. 1, American Society for Metals, Metals Park, Ohio, 1978
- 12] R. M. German: "Porous Materials", in *Advances in Powder Technology*, 1981 ASM Materials Science Seminar, Louisville, G. Y. Chin Editor, ASM, Metals Park, Ohio, 1982
- 13] R. T. DeHoff and J. P. Gillard, *Modern Developments in Powder Metallurgy*, Vol. 4, H. H. Hausner Editor, Plenum Press, N. Y., 1971
- 14] R. M. German: "Powder Metallurgy Science", MPIF, Princeton, New Jersey, 1994
- 15] F. Thümmeler and R. Oberacker: "Introduction to Powder Metallurgy", The Institute of Materials Science on Powder Metallurgy, Edited by I. Jenkins and J. V. Wood, The Institute of Materials, London, 1993
- 16] G. Zapf: "Handbuch der Fertigungstechnik, Bd. 1: Urformen, Kap. 4, Hrsg.: G. Spur; München, Hanser-Verlag, 1981
- 17] G. Zapf: "Metallurgia delle polveri", Parte 1, Cap. 4, in *Enciclopedia delle lavorazioni meccaniche*, G. Spur e T. Stöferle editori, Tecniche Nuove, Milano, 1983 (Traduzione del riferimento 16)
- 18] W. Schatt, K. P. Wieters: "Powder Metallurgy, Processing and Materials", EPMA, European Powder Metallurgy Association, Shrewsbury, UK, 1997
- 19] P. Beiss: (Landolt Börnstein, , Group VIII: Advanced Materials and Technologies), Vol. 2, Materials; Subvol. A: Powder Metallurgy Data; Part 1: Metals and Magnets; Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2003
- 20] P. Beiss: "Pulvermetallurgische Fertigungstechnik", libro in corso di pubblicazione, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York (comunicazione personale dell'autore)
- 21] MPIF "Standard 35, Materials Standards for PM Structural Parts", Metal Powder Industries Federation, Princeton, New Jersey, 2009
- 22] Höganäs AB: "Iron and steel powders for sintered components", Höganäs (Svezia), 2002
- 23] M. Eudier, "Propriétés mécaniques des aciers frittés", *Planseeberichte für Pulvermetallurgie*, Reutte, 14, 29 (April 1966).
- 24] H.E. Exner, D. Poh1,"Fracture behavior of sintered iron", *Powder Metallurgy International*, 10,4, 193 (1978)
- 25] G. F. Bocchini: "The Influences of Porosity on the Characteristics of Sintered Materials", SAE International Congress and Exposition, Detroit, Michigan, February 24-28, 1986, SAE Technical Paper 860148
- 26] ASTM: "Standard Test Method for Compressibility of Metal Powders in Uniaxial Compaction", B331 - 85, American Society for Testing and Materials, November, 1985, ASTM, Philadelphia, USA,
- 27] MPIF: "Method for Determination of Compactibility (Compressibility) of "Metal Powders", MPIF Standard 45, 1988; Metal Powder Industries Federation, Princeton, New Jersey, USA
- 28] ISO: "Metallic Powders, excluding powders for hardmetals - Determination of compactibility (compressibility) in uniaxial compression", ISO Standard 3927; International Standard Organization, 1977
- 29] UNI: "Metallurgia delle polveri - Polveri metalliche, determinazione della comprimibilità sotto compressione uniassiale, UNI 5826, 1987
- 30] A. Duffield, P. Grootenhuis: "Pressing Characteristics of Air-Atomized Copper Powders"; *Symposium on Powder Metallurgy; Special Report No. 58*, The Iron and Steel Institute, London, 1956
- 31] G. Bockstiegel und J. Hewing: "Verformungsarbeit, Verfestigung und Seitendruck beim Pressen von Metallpulvern", 3<sup>rd</sup> European Symposium on Powder Metallurgy, Stuttgart, 1968

- 32] W. D. Jones: "Fundamental Principles of Powder Metallurgy", Edward Arnold Ltd. Publ., London, 1960
- 33] E. Ernst, F. Thümmeler, P. Beiss, R. Whäling, V. Arnhold; "Friction Measurements During Powder Compaction", *Powder Metallurgy International*, Vol. 23, no. 2, 1991, (77-84)
- 34] E. Ernst: "Axiale Pressvorgänge in der Pulvermetallurgie", Fortschrittberichte VDI, Reihe 2: Fertigungstechnik, Nr. 259, VDI Verlag, Düsseldorf, 1992
- 35] G. F. Bocchini: "Density Reduction due to Wall Friction during Compaction. A Theoretical Approach for a Reliable Quantitative Evaluation", 1986 Int. Powder Metallurgy Conference and Exhibition, "PM 1986", Düsseldorf, July 7-11, 1986. "Horizons of Powder Metallurgy, Part II", Verlag Schmid, Freiburg, (849-852)
- 36] G. F. Bocchini: "Diminuzioni di densità nella pressatura dei pezzi in metallurgia delle polveri, causate dagli attriti alle pareti. Un approccio teorico per una valutazione quantitativa affidabile". 5° Convegno Nazionale su Tribologia, attrito, usura e lubrificazione, AIM e Asmeccanica, 7-9 ottobre 1987, Sorrento.
- 37] W. M. Long: "Radial pressures in powder compaction", *Powder Metallurgy*, 1960, No. 6, (73-86)
- 38] G. Mair: "Correlation between axial density and friction in the compaction and ejection of PM shapes", in *"Metal Powder Report"*, Elsevier Science Publishers Ltd., September 1991 (60 - 64)
- 39] G.F. Bocchini, V. Fontanari, A. Molinari: "Friction and Boundary Layer Effects on the Apparent Compressibility of Iron Powders Determined on Thin Disks", P/M World Congress, Paris, 6-9 June, 1994
- 40] G.F. Bocchini, V. Fontanari, A. Molinari: "Friction effects in metal powder compaction part two. Experimental results", APMI/MPIF PM International Conference, Seattle, WA, 1995
- 41] G. F. Bocchini: "Friction Effects in Metal Powder Compaction. Part One - Theoretical Aspects", 1995 International Conference on P/M and Particulate Materials, Seattle, May 14-17, 1995

## Compressibility curves of iron-base powders: reliable or insidious references for a correct preliminary evaluation of stresses on compaction tools?

**Keywords:** Powder metallurgy - Density - Compaction

Usually, in the design of compaction tools, the forecast of maximum stresses is based on the so-called compressibility curves. For a given powder mix, these represent, in graphical form, the relationship between applied pressure and compaction density. Compressibility is determined following specific rules, which provide the forming of small cylinders or parallelepipeds, characterized by a rather modest extension of friction surfaces between powder under densification and confining tool walls. The analysis of compressibility curves enables to draw a simple analytical law, to be utilized in the following developments. Then, the relationship between radial and axial pressure is described. The radial pressure is the design datum for the correct dimensioning of dies.

Utilizing the literature data on the relationship between applied pressure and friction coefficients, it is possible to derive a model linking the geometry of compacts to the axial pressures effectively required to reach the wanted densities. In the case of part shapes characterized by a discrete extension on height – such as bushings, for instance – the effects of geometry are linked to 2 dimensionless parameters, one of which of physical nature (product of the pressure ratio multiplied by friction coefficient) and the other one of geometrical nature (ratio between "vertical" friction surfaces and the double of compaction area). By means of these dimensionless parameters it is possible to draw the "real" compressibility curves, each one linked to a specific geometry. In the case of part shapes characterized by a small extension on height – such as thin disks or plates, for instance – the effects of geometry are again linked to two dimensionless parameters one of which of physical nature (ratio between two times the friction coefficient and pressure ratio) and the other one of geometrical nature (ratio between radius and height of the thin disk). Thinner the disk, higher is the pressure required to attain a given density.

The achievements of the theoretical approaches are compared with experimental results, based on investigations made on cylindrical bearing and disks of various radius/thickness ratios. In general, theoretical forecast are validly confirmed by the results of experimental investigations. The study proves that the standard compressibility curves, if uncritically utilized for predicting stresses acting on compaction tools, can dangerously underestimate the tension really acting at compaction end.